

République Algérienne Démocratique et Populaire  
Ministère de l'Enseignement Supérieur et de la Recherche Scientifique

Université A. Mira- Béjaia  
Faculté des Sciences et des Sciences de l'Ingénieurs  
Département de Recherche Opérationnelle

# **MÉMOIRE DE MAGISTER**

En

**Mathématiques Appliquées**

Option:

**Modélisation Mathématique et Techniques de Décision**

*Thème:*

**Approximation dans les systèmes  
d'attente avec arrivées par groupes**

Présenté par:

*M<sup>elle</sup>* Lynda BOUKIR

Devant le jury composé de :

Président	M <sup>r</sup> M. S. Radjef	Professeur	U. A / Mira Béjaïa
Rapporteur	M <sup>r</sup> D. Aïssani	Professeur	U. A / Mira Béjaïa
Examineur	M <sup>r</sup> Z. Mohdeb	Professeur	U. Constantine
Invité	M <sup>m<sup>e</sup></sup> N. Djellab	Maître de Conf.	U. Annaba

Béjaia, 2004

# Table des matières

<b>Introduction</b>	<b>3</b>
<b>1 Systèmes de files d'attente avec arrivées par groupes</b>	<b>7</b>
1.1 Synthèse bibliographique des systèmes de files d'attente avec arrivées groupées	9
1.2 Le modèle d'attente $M^X/M/1$	12
1.3 Le modèle $M^X/G/1$	15
1.4 Modèles de files d'attente avec arrivées par groupes et avec vacance	22
1.5 Modèles de files d'attente à arrivées et service par groupes	23
1.6 Modèles d'attente avec arrivées groupées à plusieurs serveurs	23
1.7 Modèles de files d'attente avec arrivées par groupes à infinité de serveurs	24
1.8 Systèmes avec arrivées groupées et taille des groupes géométrique	24
1.9 Application pratiques des systèmes d'attente avec arrivées par groupes	26
<b>2 Concepts d'ergodicité et de stabilité des chaînes de Markov</b>	<b>30</b>
2.1 Théorie de stabilité forte	31
2.1.1 Présentation de la méthode de stabilité forte	31
2.2 Inégalités de stabilité forte	35
<b>3 Stabilité forte dans un système d'attente <math>M^{Geo(X)}/M/1</math></b>	<b>37</b>
3.1 Préliminaire et position problème	38
3.1.1 Le modèle $M^X/M/1$	38
3.1.2 Le modèle $M^{Geo(X)}/M/1$	45
3.2 Stabilité forte de la chaîne de Markov induite dans un système $M^{Geo(X)}/M/1$	50
3.2.1 Stabilité forte	50
<b>4 Inégalités de Stabilité</b>	<b>60</b>
4.1 Déviation de l'opérateur de transition	61
4.2 Inégalités de stabilité	63

<b>Conclusion</b>	<b>66</b>
<b>A Annexe</b>	<b>68</b>
A.1 Rappels sur les chaînes de Markov . . . . .	68
A.1.1 Processus de Markov . . . . .	69
A.2 Lois de probabilité . . . . .	70
A.2.1 Loi de Exponentielle . . . . .	70
A.2.2 Loi géométrique . . . . .	71
A.3 La loi distributionnelle de Little et ses applications . . . . .	71
A.3.1 Loi distributionnelle . . . . .	72
A.3.2 Applications de la loi distributionnelle . . . . .	74
<b>Bibliographie</b>	<b>77</b>

## *Résumé*

Dans ce travail, nous prouvons pour la première fois l'applicabilité de la méthode de stabilité forte aux systèmes de files d'attente avec arrivées par groupes. Nous nous intéressons à l'étude de la stabilité forte du système d'attente avec arrivées par groupes  $M^{Geo(X)}/M/1$  dont la loi de la taille des groupes est géométrique, après perturbation de la distribution de la taille des groupes. Nous montrons que sous certaines hypothèses, les caractéristiques du système de files d'attente avec arrivées par groupes  $M^X/M/1$  dont la distribution de la taille des groupes est générale, peuvent être approximées par les caractéristiques correspondantes du système d'attente avec arrivées par groupes  $M^{Geo(X)}/M/1$ . Précisons ici que le paramètre perturbé est la loi de la taille des groupes. Ce paramètre joue un rôle important dans les systèmes d'attente avec arrivées par groupes ( La loi distributionnelle pour les systèmes avec arrivées par groupes n'est applicable que si la loi de la taille des groupes est géométrique...). Après avoir clarifié les conditions d'approximation, nous obtenons les estimations quantitatives de la stabilité avec un calcul exact des constantes.

**Mots clefs :** Systèmes de files d'attente avec arrivées par groupes, Taille des groupes, Loi géométrique, Chaîne de Markov, Perturbation, Stabilité forte, Estimation quantitative.

## *Abstract :*

In this work, we proof for the first time the applicability of the strong stability method to queueing systems with bulk (batch) arrivals. Indeed, in practice, we often count cases where the distribution of the bulk size was geometric.

First, we summarize known results on bulk queueing système.

Secondly, we study the strong stability of  $M^{Geo(X)}/M/1$  with bulk arrivals and geometric bulk size distribution. After having clarified the conditions for which it will be possible approximate the characteristic of the  $M^X/M/1$  queue with bulk arrivals by those of the  $M^{Geo(X)}/M/1$  with bulk arrivals, we obtain them quantitative estimates of stability with exact computation of constants

**Key Words :** Queueing systems with bulk arrivals, Bulk size, Geometric law, Markov chain, Perturbation, Strong stability, Quantitatives estimates.