

Université Paris 7 Denis Diderot

DEA de mathématiques

5 ET 7 DESCENTE SUR LES COURBES ELLIPTIQUES

Lyes AIT AMRANE

Responsable de DEA : Jean-Jacques SANSUC

Responsable de stage : Jan NEKOVÁŘ

Juin 2004



Table des matières

1	Introduction	1
2	Généralités	3
2.1	Courbes elliptiques	3
2.1.1	Structure de groupe abélien sur une courbe elliptique	4
2.1.2	Isogénies	5
2.1.3	Réduction d'une courbe elliptique	6
2.2	Cohomologie des groupes	8
2.2.1	Cohomologie des groupes finis	8
2.2.2	Cohomologie galoisienne	9
2.3	Résidus quadratiques	10
2.3.1	Quelques résultats	10
3	Quelques exemples de 5 et 7 descente sur une courbe elliptique définie sur $\mathbb{Q}$	13
3.1	les calculs de descente	13
3.1.1	Equations de Weierstrass et types de réduction	13
3.1.2	Groupes de Selmer et torseurs	17
3.1.3	Le théorème de descente	20
3.1.4	Quelques exemples	22
3.2	Quelques résultats géométriques	23
3.2.1	La géométrie d'une courbe elliptique	23
3.2.2	Equations des torseurs	25
3.2.3	Solubilité locale des torseurs	27