

Université des Sciences et de la Technologie
" HOUARI BOUMEDIENE "

U.S.T.H.B. ALGER

INSTITUT DE MATHÉMATIQUES

THESE

Présentée à l'U.S.T.H.B pour l'obtention du grade de :

MAGISTER EN MATHÉMATIQUES

Spécialité : ANALYSE NUMÉRIQUE

Option : EQUATIONS AUX DERIVÉES PARTIELLES

par

Mahmoud BOUSSELSAL

SUJET

**ETUDE DE DIFFÉRENTES MÉTHODES
D'ÉLÉMENTS FINIS APPLIQUÉES À
DES MATÉRIAUX ELASTIQUES
INCOMPRESSIBLES**

Soutenue publiquement le : 29 AVRIL 1987

devant le jury composé de :

MM.

EL-KOLLI	Amar	Professeur à L'U.S.T.H.B
MIGNOT	Alain	Professeur à l'Université de Rennes I
AMARA	Mohamed	Maître de Conférences à l'U.S.T.H.B
MOUSSAOUI	Mohand-A	Professeur à l'U.S.T.H.B
BENDALI	Abderrahmane	Maître de Conférences à l'U.S.T.H.B

Président
Rapporteur

Examineurs

Chapitre 0/:

O.I. - Notations générales et rappels:.....	1
O.II.- Position du problème:.....	5

Chapitre I/:

I.1. - Formulation variationnelle mixte (σ, u) du problème de l'élasticité linéaire incompressible:.....	8
A - Cas où Γ_N est non vide ($\text{mes } \Gamma_N > 0$):.....	8
B - Cas où Γ_N est vide:.....	12
- Première variante de la formulation mixte (σ, u) du problème:.....	14
A - Cas où Γ_N est non vide ($\text{mes } \Gamma_N > 0$):.....	14
B - Cas où Γ_N est vide:.....	16
- Deuxième variante de la formulation mixte (σ, u) du problème:.....	18
A - Cas où Γ_N est non vide ($\text{mes } \Gamma_N > 0$):.....	18
B - Cas où Γ_N est vide:.....	20
I.2. - Formulation variationnelle mixte (u, p) du problème de l'élasticité incompressible:.....	22
A - Cas où Γ_N est non vide ($\text{mes } \Gamma_N > 0$):.....	22
B - Cas où Γ_N est vide:.....	23

Chapitre II/:

II.1. - Méthode d'éléments finis équilibre Johnson-Mercier:.....	25
A - Cas où Γ_N est non vide ($\text{mes } \Gamma_N > 0$):;....	25
B - Cas où Γ_N est vide:.....	32
- Mise en oeuvre numérique:.....	34
II.2. - Méthode d'éléments finis équilibre Amara-Thomas:.....	37

- Méthode variationnelle hybride-duale:...	37
- Approximation par éléments finis équilibre:.....	38
- Mise en oeuvre numérique:.....	40

Chapitre III/:

- Méthode d'éléments finis équilibre Arnold-Gupta-Duglas:.....	42
- Calcul explicite du vecteur de base ζ' :.....	53
- Mise en oeuvre numérique:.....	59

Chapitre IV/:

- Méthode d'éléments finis basée sur la dualisation de la symétrie:.....	61
4.1. - Eléments finis de Raviart-Thomas-Nédelec:...	61
A - Cas où Γ_N est non vide ($\text{mes } \Gamma_N > 0$):.....	61
B - Cas où Γ_N est vide:.....	70
- Mise en oeuvre numérique:.....	73
4.2. - Eléments finis de Brezzi-Douglas-Marini:....	78
A - Eléments finis triangulaires (cas où Γ_N est non vide):.....	78
- Mise en oeuvre numérique:.....	84
B - Eléments finis rectangulaires (cas où Γ_N est non vide):.....	87
4.3. - Formulation variationnelle en ρ du problème de l'élasticité linéaire (cas où Γ_N est vide)	93
- Mise en oeuvre numérique:.....	98

Chapitre V/:

V.1. - Méthodes d'éléments finis quasi-linéaires en déplacement pour l'étude de milieux incompressibles:.....	99
V.2. - Méthodes d'éléments finis basée sur la pénalisation et l'intégration réduite:.....	105

V.3. - Approximation par éléments finis Q_1-P_0 :..... 110

Chapitre VI/:

- Mise en oeuvre numérique:..... 115

Référence/:..... 124

-----0-----