

THÈSE de DOCTORAT de l'UNIVERSITÉ PARIS 6

Spécialité :

MATHÉMATIQUES

présentée

par M. Elias OULD-SAÏD

en vue de l'obtention du

GRADE de DOCTEUR de l'UNIVERSITÉ PARIS 6

**Sujet : CONTRIBUTION À L'ESTIMATION
FONCTIONNELLE DANS LES MODÈLES DE DURÉE**

Soutenue le 19 décembre 1994

devant le jury composé de:

M. le Pr. Denis BOSQ(Université Paris 6) Président.

M. le Pr. John EINMAHL(Université d'eindhoven) Rapporteur.

M. le Pr. Bernard PRUM(Université Paris V) Rapporteur.

M. le Pr. Michel DELECROIX(E.N.S.A.E.) Examineur.

Mme le Pr. Monique BERTRAND(Université du Havre)Examinatrice.

M. le Pr. Jean-Pierre LECOUTRE (Université Paris 2) Directeur de thèse.

Résumé : Dans ce travail, nous nous intéressons à l'estimation fonctionnelle dans les modèles de durée.

Nos résultats sont établis sous l'hypothèse de forte mélangeance, qui est la condition la moins restrictive des mélangeances.

Nous établissons des résultats de convergence ponctuelle et uniforme, avec vitesse, pour l'estimateur de la fonction de hasard dans le cas de variables aléatoires censurées. Des résultats du même type sont obtenus pour la densité conditionnelle et la fonction de hasard conditionnelle dans les cas censuré et non censuré.

Enfin, nous établissons des résultats de convergence forte et la loi du log itéré pour l'estimateur de Kaplan-Meier et la convergence uniforme de l'estimateur de Kaplan-Meier conditionnel otu en donnant la vitesse de convergence.

Abstract: In this work, we are interested in functional estimation for survival models.

Our results are established under strong mixing hypothesis which is a less restrictive condition of mixing.

We establish some results of uniform and point convergence with rate for the hazard function estimation in the case of censored data.

Some similar results are obtained for the conditional density and the conditional hazard function in the cases of censored and uncensored data.

Lastly, we establish results of strong convergence and law of iterated logarithm for the Kaplan-Meier estimator and the uniform convergence of conditional Kaplan-Meier estimator with convergence rate.

Sommaire

Sommaire.....	1
Travaux.....	5

CHAPITRE I

I.1 Introduction.....	6
I.2 Modes de convergence.....	8
I.3 Modèles de durée.....	8
I.4 Caractérisation de la loi d'une v.a positive.....	9
I.5 Données censurées.....	12
I.6 Types de censures.....	13
I.7 La mélangeance.....	16

CHAPITRE II

Estimation de la fonction de hasard

II.1 Variables non corrélées.....	20
II.1.1 Données non censurées.....	20
II.1.2 Données censurées.....	22
II.2 Variables corrélées.....	25

II.2.1 Données non censurées.....	25
II.2.2 Données censurées.....	29

CHAPITRE III

Estimation de la densité conditionnelle et de la fonction de hasard conditionnelle

III.1 Estimation de la densité conditionnelle pour des variables non censurées.....	39
III.1.1 Variables non corrélées.....	39
III.1.2 Variables corrélées.....	42
III.1.2.1 Mode conditionnel.....	42
III.1.2.2 Hypothèses.....	43
III.1.2.3 Résultats.....	45
III.1.2.4 Application à la prévision.....	46
III.1.2.5 Démonstrations.....	47
III.2 Estimation de la densité conditionnelle et de la fonction de hasard conditionnelle pour des variables censurées.....	53
III.2.1 Variables corrélées.....	53
III.2.1.1 Introduction.....	54

III.2.1.2 Résultats.....	56
III.2.1.3 Démonstrations.....	57

CHAPITRE IV

L'estimateur de Kaplan-Meier

IV.1 Rappels sur l'estimateur de Kaplan-Meier.....	65
IV.2 Convergence forte et loi du log itéré pour l'estimateur Produit Limite dans le cas α-mélangeant.....	67
IV.2.1 Introduction.....	67
IV.2.2 Convergence uniforme de l'estimateur de Kaplan-Meier.....	69
IV.3 Loi du log itéré pour l'estimateur de Kaplan-Meier dans le cas α-mélangeant.....	72
IV.4 L'estimateur de Kaplan-Meier conditionnel.....	75
IV.4.1 Variables non corrélées	75
IV.4.2 Variables corrélées.....	81
IV.4.2.1 Hypothèses.....	81
IV.4.2.2 Résultat principal.....	82
IV.4.2.3 Résultats préliminaires.....	83

IV.4.2.4 Démonstration du théorème 4.7.....	89
IV.4.2.5 Démonstration du théorème 4.8.....	92

CHAPITRE V

Simulations

V.1 Protocole expérimental.....	94
V.2 Commentaires et questions ouvertes.....	96
Annexe (Résultats de simulations).....	98
Bibliographie.....	103