



مكتبة سيرست
Bibliothèque CERIST

présentée à

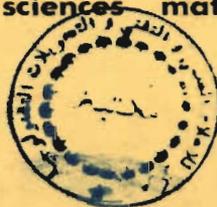
UNIVERSITE SCIENTIFIQUE ET MEDICALE DE GRENOBLE
INSTITUT NATIONAL POLYTECHNIQUE DE GRENOBLE

par

pour obtenir le grade de

Docteur es sciences mathématiques

Jacques WOLF



**ANALYSE NUMERIQUE DE QUELQUES
PROBLEMES LIES AU TRAITEMENT
DE SIGNAUX**

le 18 octobre 1974 devant la Commission d'Examen :

JURY :
Monsieur CARRE
Monsieur COATMELEC
Monsieur GASTINEL
Monsieur LAURENT
Monsieur PERENNOU

P L A N

Introduction

Partie stationnaire d'un signal

Partie transitoire de quelques signaux

Fonctions d'approximation en filtrage digital

Filtres optimaux. Approximation par fractions rationnelles

Algorithmes de calculs

Approximation par fractions rationnelles généralisées

Application à l'analyse des sons

Bibliographie

TABLE DES MATIERES

	Page
INTRODUCTION	
I - PARTIE STATIONNAIRE D'UN SIGNAL	
1- Introduction	4
2- Signal périodique	5
2-1 Caractérisation de la période	
2-2 Zéros numériques	
2-3 Calcul de la période	
2-4 Calcul de la suite v_i	
2-5 Ordre de la méthode - accélération	
2-6 Exemple numérique	
2-7 Généralisation	
2-8 Conclusions	
3- Signal périodique ou non périodique	20
3-1 Transformée de Hilbert	
3-2 Signal analytique - Signal en quadrature	
3-3 Algorithme de calcul du fondamental	
3-4 Utilisation pratique	
3-5 Transformée de Hilbert d'une fonction périodique	
3-6 Conclusions	
II - PARTIE TRANSITOIRE DE QUELQUES SIGNAUX	
1- Nature des signaux traités	33
2- Calcul du fondamental	34
2-1 Algorithme de calcul de la période	
2-2 Résultats numériques	
2-3 Calcul des polynomes $h_k(t)$	
2-4 Problème inverse	
3- Combinaison d'exponentielles	55

III - FONCTIONS D'APPROXIMATION EN FILTRAGE DIGITAL

- 1- Introduction
- 2- Classification
 - 2-1 Filtre en temps réel
 - 2-2 Récursivité
 - 2-3 Causalité
- 3- Transformée en z
 - 3-1 Définition
 - 3-2 Principales propriétés
- 4- Fonction de transfert - Réponse en fréquence
 - 4-1 Solution d'une équation aux différences
 - 4-2 Autre méthode
 - 4-3 Cas d'un système causal
- 5- Stabilité
 - 5-1 Stabilité au sens de Lyapunov
 - 5-2 Stabilité au sens de James
 - 5-3 Analyse fonctionnelle
 - 5-4 Sortie d'un système stable
- 6- Fonction d'approximation
 - 6-1 Propriété
 - 6-2 Filtre idéal
 - 6-3 Constructions diverses
- 7- Construction de fonctions d'approximation
 - 7-1 Invariance de la réponse impulsionnelle
 - 7-2 Fonctions trigonométriques
 - 7-3 Transformation bilinéaire
 - 7-4 (ρ, σ) méthodes

IV - FILTRES OPTIMAUX. APPROXIMATION PAR FRACTIONS RATIONNELLES

- 1- Introduction. Définition
- 2- Existence d'un filtre optimal
 - 2-1 Choix d'un espace, d'une norme
 - 2-2 Existence de r^*
- 3- Propriétés du meilleur approximant dans L^2
 - 3-1 r^* est un élément normal
 - 3-2 Propriété de r^*
 - 3-3 Alternances de la fonction erreur

4-	Remarques sur l'unicité	102
4-1	Cas où m et n sont impairs	
4-2	Cas général	
5-	Propriété du meilleur approximant (cas particulier)	107
6-	Cas de l'approximation discrète	110
V - ALGORITHMES DE CALCULS		
1-	Complexité du problème	113
2-	Méthodes numériques	114
2-1	Méthode de pénalisation	
2-2	Méthode mixte, sans contrainte	
3-	Minimisation avec contraintes	120
3-1	Forme quadratique avec une infinité de contraintes	
3-2	Application : calcul d'un filtre non récursif	
3-3	Calcul d'un filtre récursif	
4-	Filtres passe-bande optimaux pondérés	133
4-1	Rappels et définitions	
4-2	Filtre passe-bande, fonction poids	
4-3	Filtres passe-bas optimaux	
4-4	Filtres passe-haut optimaux	
4-5	Calcul pratique	
4-6	Filtres passe-bande quasi-optimaux	
4-7	Optimalité et quasi-optimalité	
4-8	Exemples de construction	
VI - APPROXIMATION PAR FRACTIONS RATIONNELLES GENERALISEES		
1-	Fractions rationnelles généralisées	151
1-1	Notations - Définition	
1-2	Normalisation des coefficients	
2-	Régularisation de l'ensemble d'approximants	156
2-1	Propriété des éléments de l'ensemble Γ_θ	
2-2	Existence d'un meilleur approximant dans $R_n^m(\theta)$	
2-3	Contre-exemple et exemple	
3-	Point intérieur de l'enveloppe convexe d'une courbe de Haar	163
3-1	Courbe de Haar	
3-2	Propriété de l'enveloppe convexe d'une courbe de Haar	
3-3	Exemple et contre-exemple	

VII - APPLICATION A L'ANALYSE DES SONS

1- Modèle étudié	169
1-1 Sons et fréquences	
1-2 Echelle musicale	
2- Détecteur de mélodie	171
2-1 Constante de temps d'un filtre passe-bande	
2-2 Modèle d'un détecteur de mélodie	
2-3 Mélodie jouée par une flûte à bec	
3- Conclusion	185

BIBLIOGRAPHIE

TABLE DES MATIERES

