



C1989

thèse

présentée à
université scientifique et médicale
institut national polytechnique
de grenoble

pour obtenir le grade de
docteur ès sciences mathématiques



nguyen huy xuong

**sur quelques problèmes
d'immersion d'un graphe
dans une surface**

soutenu le 15 avril 1977 devant la commission d'examen :

président	j. kuntzmann
rapporteur	c. benzaken
examinateurs	c. berge
	a. bouchet
	p. jullien
	j.l. koszul

Chapitre I

UNE FORMALISATION COMBINATOIRE DU PROBLEME DE L'IMMERSION
D'UN GRAPHE DANS UNE SURFACE

I - OBJET DU CHAPITRE

II - GRAPHE

II.1 - Définitions. Notations

II.2 - Subdivision. Réduction. Equivalence

II.3 - Invariants

III - COMPLEXE CELLULAIRE

III.1 - Rappels

III.2 - Définitions. Notations

III.3 - Exemples

III.4 - Squelette d'un complexe cellulaire

III.4.1 - Sommets d'un complexe cellulaire

III.4.2 - Algorithme de recherche des sommets

III.4.3 - Définition du squelette

III.5 - Complexes cellulaires particuliers. Triangulation

III.6 - Orientabilité des complexes cellulaires. Dualité

III.6.1 - Définition

III.6.2 - Deuxième définition des complexes cellulaires orientables

III.6.3 - Dual d'un complexe cellulaire orientable

III.7 - Subdivision. Réduction. Equivalence. Classification des complexes cellulaires

III.7.1 - Définitions

III.7.2 - Equivalence. Classification

III.8 - Caractéristique d'Euler

III.9 - Homologie

III.9.1 - Complexe cellulaire orienté

III.9.2 - Chaîne d'un complexe cellulaire

III.9.3 - Les opérations ∂_i

III.9.4 - Groupes d'homologie

IV - POLYEDRE

V - SURFACE

VI - REALISATION D'UN GRAPHE DANS UN COMPLEXE CELLULAIRE

VI.1 - Définitions

VI.2 - Résultats généraux

VI.3 - Etude des réalisations squelettiques

VII - IMMERSION D'UN GRAPHE DANS UNE SURFACE

VII.1 - Définitions

VII.2 - Résultats généraux

VII.3 - Caractérisations des immersions d'un graphe inf-immérgeable

VII.4 - Genre d'un graphe

VII.5 - Obtention des immersions squelettiques dans une surface orientable

BIBLIOGRAPHIE

Chapitre II

SUR LA PLANARITE D'UNE CLASSE DE GRAPHER BIPARTIS : LES GRAPHER DE BOITES ET D'ETOILES

- I - POSITION DU PROBLEME
- II - UNE FORMALISATION DU PROBLEME
 - II.1 - Les B-graphes
 - II.2 - Définition
 - II.3 - Immersion d'un B-graphe dans une surface orientable
- III - ETUDE DU PROBLEME DANS DEUX CAS EXTREMES
 - III.1 - Planarité d'un R-graphe
 - III.2 - Planarité d'un graphe quelconque
- IV - ETUDE DU PROBLEME DANS LE CAS GENERAL
 - IV.1 - Hypothèses simplificatrices
 - IV.2 - Première solution
 - IV.2.1 - Graphe biparti planaire maximal
 - IV.2.2 - Graphe radial
 - IV.2.3 - Première caractérisation des B-graphes planaires
 - IV.3 - Deuxième solution
 - IV.3.1. - Introduction
 - IV.3.2 - Graphe des étoiles associé à un B-graphe
 - IV.3.3 - Deuxième caractérisation des B-graphes planaires.
- V - UNE DECOMPOSITION D'UN B-GRAPHE EN COUCHES PLANAIRES

BIBLIOGRAPHIE

Chapitre III

IMMERSIONS REGULIERES

Première Partie

UNE CARACTERISATION DES GRAPHES REGULIEREMENT IMMERGEABLES

I - COMPLEXE CELLULAIRE REGULIER

I.1 - Définitions

I.2 - Caractérisation du squelette d'un complexe cellulaire régulier

I.2.1 - Base des cycles d'un graphe

I.2.2 - Voisinage d'un sommet dans un ensemble de cycles

I.2.3 - Connectivité du squelette d'un complexe cellulaire régulier

I.2.4 - Réalisation squelettique d'un graphe dans un complexe cellulaire régulier orientable

I.2.5 - Réalisation squelettique d'un graphe dans un complexe cellulaire régulier non-orientable

II - GRAPHES REGULIEREMENT IMMERGEABLES DANS UNE SURFACE

II.1 - Définition. Résultat

II.2 - Remarques

II.3 - Exemples

II.4 - Caractérisation des graphes planaires

II.5 - Immersion d'un graphe dans le plan projectif

III - IMMERSION DES GRAPHES CUBIQUES. IMMERSIONS SIMPLICIALES

III.1 - Immersion régulière des graphes cubiques

III.2 - Indice chromatique et immersion régulière

III.3 - Immersion simpliciales

Deuxième Partie

GRAPHES REGULIEREMENT IMMERGEABLES DANS LE TORE

- I - POSITION DU PROBLEME
- II - GENRE ET EPAISSEUR
 - II.1 - Coupe d'un complexe cellulaire orientable
 - II.1.1 - Définition
 - II.1.2 - Relation entre les squelettes de K et K_μ , Morphisme
 - II.2 - Décomposition en graphes planaires
- III - SINGULARITE D'UNE IMMERSION SQUELETTIQUE
 - III.1 - Subdivision barycentrique
 - III.2 - Singularité
 - III.2.1 - Définitions et notations
 - III.2.2 - Classification des singularités
- IV - ETUDE DES IMMERSIONS DANS LE TORE
 - IV.1 - Singularité d'une immersion torique
 - IV.2 - Classification des immersions toriques
 - IV.3 - Graphes régulièrement immergeables dans le tore
 - IV.3.1 - Une condition suffisante
 - IV.3.2 - Connectivité et immersion régulière

BIBLIOGRAPHIE

Chapitre IV

GENRE MAXIMUM D'UN GRAPHE GRAPHES SUP-IMMERGEABLES

- I - PRESENTATION DU PROBLEME
- II - INTERVALLES D'IMMERSION D'UN GRAPHE. GRAPHES SUP-IMMERGEABLES
- III - CIRCUIT BI-EULERIEN ORIENTABLE
- IV - CARACTERISATION DES GRAPHES SUP-IMMERGEABLES
 - IV.1 - Introduction
 - IV.2 - Générations des graphes sup-immergeables
 - IV.3 - Théorèmes de caractérisation
- V - DETERMINATION DU GENRE MAXIMUM (ORIENTABLE)
 - V.1 - Définition
 - V.2 - Formule
- VI - DETERMINATION DU GENRE MAXIMUM (NON-ORIENTABLE)
- VII - CONSEQUENCES
 - VII.1 - Effet de la suppression et de la contraction d'une arête sur le genre maximum
 - VII.1.1 - Suppression d'une arête
 - VII.1.2 - Contraction d'une arête
 - VII.2 - Une caractérisation des graphes de genre maximum nul
 - VII.3 - Sur quelques classes de graphes sup-immergeables
 - VII.3.1 - Graphes 4-arête-connexes.
 - VII.3.2 - Graphes cubiques
 - VII.3.3 - Somme cartésienne de deux graphes
 - VII.3.4 - Produit cartésien de deux graphes
 - VII.4 - Sur l'additivité du genre maximum
 - VII.4.1 - Graphes admettant des isthmes
 - VII.4.2 - Graphes admettant des points d'articulation
 - VII.4.3 - Validité de l'additivité du genre maximum

BIBLIOGRAPHIE