

BIBLIOTHEQUE DU CERIST

ALEXANDRU SPĂTARU

THÉORIE DE LA TRANSMISSION
DE L'INFORMATION

1 SIGNAUX
ET BRUITS

THÉORIE
DE LA
TRANSMISSION
DE L'INFORMATION
I
SIGNAUX ET BRUITS

par

AL. SPĂTARU

Professeur titulaire de la chaire d'électronique
de l'Institut Polytechnique de Bucarest

TRADUCTION REVISÉE ET PRÉFACE

PAR

G. BATTAIL

MASSON et CIE
120 BOUL. ST. GERMAIN. PARIS

1970

EDITURA TEHNICĂ
BUCAREST — ROUMANIE



PRÉFACE

Abordez quelqu'un dans la rue et demandez lui ce qu'est une information, s'il n'est pas technicien des télécommunications, il vous répondra à coup sûr que c'est quelque chose d'inattendu: peut-on apprendre ce que l'on sait déjà?

Pourtant, l'étude des systèmes destinés à transmettre des informations s'est longtemps faite en n'utilisant que des signaux connus à l'avance, périodiques notamment, dans les calculs et les mesures. La jeune *théorie de l'information*, qui prend pour base et développe scientifiquement l'opinion de notre passant, en traitant messages et signaux comme aléatoires, procure évidemment une compréhension plus satisfaisante, des méthodes d'analyse quantitative et de conception des systèmes de communication plus adéquates. Malgré l'apparente banalité de sa réflexion initiale, elle utilise aussi des notions et un appareil mathématique plus difficiles, ce qui explique qu'un point de vue si naturel n'ait été adopté qu'à une époque récente. Son utilité, ou pour mieux dire sa nécessité, ne fait aucun doute si, par exemple, on considère ce phénomène essentiellement aléatoire et omniprésent dans les systèmes de communication — le bruit.

Née de la technique des télécommunications, la théorie de l'information a un champ d'applications qui déborde très largement ce domaine. De l'information circule en effet dans les systèmes physiques, biologiques et sociaux aussi bien que techniques. Dans sa préface à l'édition roumaine de ce livre, M. Spătaru rappelle que la physique du siècle dernier a reconnu, dans un grand nombre de phénomènes sans lien apparent (mécaniques, thermiques, électriques, chimiques), les diverses formes d'une même entité — l'énergie —, et les progrès que cette vue unitaire a fait réaliser aux sciences et aux techniques. D'une manière analogue, un traitement unitaire de la transmission de l'information, abstraction faite de son support physique, peut et doit procurer à la science et aux techniques de notre temps un bénéfice comparable.

C'est dans cette perspective que M. Spătaru a écrit la „Théorie de la transmission de l'information“; elle donne sa cohérence à une large synthèse des connaissances sur le sujet.

Or, c'est un fait d'expérience, *l'information* n'a qu'une place mineure dans la formation et l'information des ingénieurs français. Aussi saluons nous la publication dans notre langue de cet ouvrage solidement didactique, qui nous paraît répondre à un réel besoin. Mais ce n'est là qu'opinion de spécialiste! L'universalité du sujet doit lui valoir une audience plus vaste, bien que sa

terminologie et ses exemples soient en général empruntés aux techniques électroniques de transmission.

Le présent livre est le premier volume de cet ouvrage, intitulé „*Signaux et Bruits*“. Sans exiger de connaissances préliminaires spécialisées, il traite des signaux, des perturbations, de la transmission des signaux par les systèmes linéaires et non linéaires, de la modulation, des systèmes „multiplex“, de la mesure quantitative de l'information. Seuls sont abordés dans ce premier volume les problèmes de transmission en présence de perturbations relativement faibles. Le second volume traitera du codage et de la transmission de messages en présence d'un niveau élevé de perturbations (problèmes de la réception des signaux faibles).

L'auteur s'est efforcé de limiter l'appareil mathématique employé au minimum nécessaire à une précision suffisante; quelques aspects secondaires des sujets traités ont été négligés au profit de l'essentiel. Le chapitre 2, „Éléments de statistique mathématique“, destiné aux lecteurs peu familiers du calcul des probabilités, rassemble des connaissances indispensables pour la compréhension du reste, leur évitant ainsi le gros travail préliminaire de les extraire de la littérature spécialisée. L'ouvrage énonce surtout des principes. Il ne donne guère de schémas de dispositifs pratiques, car leur variété est très grande, et les progrès de la technologie en suscitent constamment de nouveaux qui souvent périssent les anciens. La maîtrise des principes permet en général de passer sans grande difficulté aux réalisations concrètes.

G. BATAIL

INDEX DES NOTATIONS DE BASE

BIBLIOTHEQUE DU CERIST

A — amplitude de signaux
 A_k — événement
 a_n — coefficient de Fourier
 B — bande de pulsations (pour $\omega > 0$)
 B_f — bande de fréquences
 $B(\tau)$ — fonction de corrélation (statistique)
 b_n — coefficient de Fourier
 β — indice de modulation
 C — capacité d'un canal
 C_n — coefficient de Fourier
 c — vitesse de la lumière
 $\delta(t)$ — fonction „delta“ (Dirac)
 E — énergie, événement sûr
 $e(t)$ — erreur
 $e_T(t)$ — fonction d'échantillonnage
 $\varepsilon(\omega)$ — fonction en paliers dans le domaine des fréquences
 ε_n — facteur de Neiman
 F — facteur de bruit
 $\mathcal{F}\{ \}$ — opérateur de la transformation de Fourier
 f — fréquence (au sens strict)
 $F(x)$ — fonction de répartition de probabilité
 G — gain
 H — entropie
 $H(p)$ — fonction de transfert
 $\mathcal{H}\{ \}$ — opérateur de la transformation de Hilbert
 $h(t)$ — fonction de pondération d'un système linéaire stationnaire
 $h(t, \tau)$ — fonction de pondération d'un système linéaire non stationnaire
 $h_k(t_1, t_2, \dots, t_k)$ — fonction de pondération multidimensionnelle d'un système non linéaire
 I — transinormation
 i — information
 J — jacobien
 $J_n(x)$ — fonction de Bessel d'ordre n et de première espèce
 j — unité imaginaire ($j = \sqrt{-1}$)

$k(\tau)$ — fonction de corrélation d'un signal d'énergie finie
 k — constante de Boltzmann ($1,37 \times 10^{-23}$ joule/legré C)
 L_k — transmittance en boucle dans un graphe
 $\mathcal{L}\{ \}$ — opérateur de la transformation de Laplace
 $\mathcal{L}^*\{ \}$ — opérateur de la transformation de Laplace échantillonnée
 M_k — moment centré d'ordre k
 M_{12} — moment centré mixte d'ordre deux
 m_k — moment initial d'ordre k
 $m(t)$ — message
 $N(\omega)$ — densité spectrale de puissance d'un bruit (pour $\omega > 0$)
 N_0 — densité spectrale de puissance d'un bruit blanc
 ω — pulsation (souvent désignée par le mot fréquence)
 P — puissance
 $P(A)$ — probabilité de l'événement A
 P_k — transmittance de la voie k
 \Re — partie principale
 p — variable complexe ($p = \sigma + j\omega$)
 $p(\omega)$ — densité spectrale de puissance (pour $\omega > 0$)
 $q(\omega)$ — densité spectrale de puissance (pour $-\infty < \omega < +\infty$)
 R — redondance
 $R(\tau)$ — fonction de corrélation
 $r(\tau)$ — fonction de corrélation de signaux d'énergie infinie
 $\mathfrak{A}\{ \}$ — opérateur de transformation de l'espace des messages en l'espace des signaux dans le domaine des fréquences
 ρ — coefficient de corrélation, facteur d'amélioration du rapport signal/bruit
 $\frac{S}{P}$ — rapport signal/perturbation
 S — système (champ) d'événements

$S(\omega)$ — spectre du signal $s(t)$	$u(t)$ — fonction échelon-unité
σ^2 — variance	W^* — fréquence maximale d'un spectre
T — intervalle de temps	$w(x)$ — densité de probabilité
t — temps	$X(\omega)$ — spectre du signal $x(t)$
t_{jk} — transmittance de la branche jk d'un graphe	$x(t)$ — signal à l'entrée d'un système
τ_0 — temps de corrélation	ξ — variable aléatoire
$\mathcal{F}\{\}$ — opérateur de transformation de l'espace des messages en l'espace des signaux dans le domaine du temps	$Y(\omega)$ — spectre du signal $y(t)$
	$y(t)$ — signal à la sortie d'un système
	$z(t)$ — signal analytique
	η — variable aléatoire.

On représente les opérateurs par des caractères en ronde \mathfrak{A} , \mathfrak{F} , etc.

On représente les spectres en majuscules et les signaux correspondants en minuscules des mêmes lettres: $X(j\omega) = \mathcal{F}\{x(t)\}$.

On note les signaux échantillonnés avec un astérisque placé à droite du symbole: $x^*(t) = \delta_T(t)x(t)$, de même que leurs spectres: $\mathcal{F}\{x^*(t)\} = X^*(\omega)$.

Le nombre complexe conjugué d'un nombre \hat{p} se représente avec un astérisque *au-dessus* du symbole, soit \hat{p}^* .

On représente en général les variables aléatoires par des lettres grecques: ξ , η , etc.

Les moyennes statistiques sont représentées par des barres rectilignes au-dessus des symboles correspondants: $\overline{\xi}$, $\overline{\eta}$; les moyennes temporelles, par des lignes ondulées, également placées au-dessus: $\widetilde{x(t)}$, $\widetilde{y(t)}$.

NOTES SUR LE VOCABULAIRE

L'adaptation de cet ouvrage en français posait quelques problèmes de vocabulaire. Les quelques notes qui suivent expliquent certains choix et donnent des synonymes. Nous espérons ainsi aider le lecteur à tirer profit de documents techniques plus spécialisés. Nous avons également, dans ce but, indiqué des termes anglais courants, lorsqu'ils diffèrent notablement des termes français homologues.

1. *Autocorrélation, autocovariance* : nous attirons ici l'attention sur certaines divergences dans les définitions de ces termes. Pour certains auteurs, il semble que „*autocovariance*“ soit employé pour la moyenne statistique, et „*autocorrélation*“ pour la moyenne temporelle. Dans les définitions données ici, le second terme est employé pour la moyenne centrée, ce qui est conforme à l'usage pour corrélation et covariance. Il faut alors préciser s'il s'agit d'une moyenne temporelle ou statistique.

2. *Bayes* : les probabilités données par la formule de Bayes sont appelées „*probabilité des causes*“ ou, mieux, „*des hypothèses*“; en anglais: „*inverse probabilities*“.

3. *Débit d'information* : en anglais, „*information rate*“ désigne l'information par symbole ou par unité de temps; *rate* est souvent traduit par „taux“. Nous préférons ici „*debit*“.

4. *Entropie* : certains auteurs, et notamment M. Brillouin, utilisent, pour désigner l'entropie telle que ce livre la définit, le terme „*néguentropie*“. Son expression diffère en effet par le signe de la formule qui définit classiquement l'entropie en thermodynamique.

5. *Équivoque* : en anglais „*equivocation*“. On dit aussi „*ambiguïté*“.

6. „*Fonction*“ *delta* : seule, la théorie des distributions (au sens de L. Schwartz) justifie pleinement l'emploi de cet être mathématique. On l'appelle en mathématique distribution ou mesure de Dirac, en technique (quand la variable est le temps) impulsion delta ou de Dirac. Nous avons retenu „*fonction*“, les guillemets rappelant qu'il ne s'agit pas d'une fonction au sens exact du terme.

7. *Loi normale* : les mathématiciens français l'appellent en général *loi de Laplace* (avec raison, semble-t-il, du point de vue historique). La plupart des mathématiciens étrangers l'attribuent à Gauss, d'où l'appellation de *gaussien* donnée à une classe très importante de processus, et qui est la plus usitée dans la technique.

8. *MIC* : *modulation par impulsions codées* ou par *codage d'impulsions*. En anglais: „*pulse code modulation*“ (PCM).

9. *Modulation, démodulation* : ce sont les termes consacrés par l'usage. „*Modulation*“ est assez malheureusement emprunté au vocabulaire musical (où il a un autre sens). „*Démodulation*“ indique simplement l'opération inverse. On utilise couramment „*détection*“ au sens de *démodulation incohérente*.

10. *Multiplex, multiplexage* : termes consacrés par l'usage. Nous avons indiqué simplement, dans cet ouvrage, par „multiplexage en temps, en fréquence...”, le domaine dans lequel les divers signaux étaient disjoints et pouvaient donc être séparés. On dit souvent aussi : „multiplexage par répartition en temps, en fréquence...”. Le terme „démultiplexage”, pour l'opération inverse, est parfois employé. En anglais, les termes les plus usités sont : „frequency domain multiplex” (FDM) et „time domain multiplex” (TDM).
11. *Phascur* : Il est courant, en anglais, de désigner par „phasor” un vecteur d'un diagramme de Fresnel. Nous risquons dans cet ouvrage „phaseur”, qui nous paraît utile pour éviter des périphrases.
12. *Rendement d'un canal* : on dit aussi „efficacité”. En anglais „efficiency”.
13. *Signaux certains* : *certain* s'oppose ici à aléatoire. Le terme usité en anglais est „deterministic”. Des auteurs français emploient dans ce sens „déterministe”.
14. *Spectre, à court terme* : les termes employés pour ces concepts ne sont pas normalisés (on dit aussi : *spectre évolutif, instantané*, etc), ni même les définitions.
15. *Tendance vers la loi normale* : ce théorème, ou plutôt cet ensemble de théorèmes, est appelé en anglais „central limit theorem”. Certains auteurs français emploient dans le même sens : „théorème de la limite centrale” et même „théorème central limite”. Le terme que nous avons retenu nous paraît plus explicite.
16. *Transducteur* : en anglais „transducer”. Nous avons préféré ce terme à „iraducteur” (trop abstrait) et „capteur”, élément d'entrée, mais non également de sortie, comme il le fallait, d'un système d'information.
17. *Transinjection* : nous avons retenu ce terme, dont l'emploi n'est pas général, mais qui nous a paru particulièrement utile.
18. *Variance* : on dit aussi „dispersion”, mais surtout au sens de moment centré d'ordre supérieur à un. „Variance” paraît plus précisément employé pour la dispersion du second ordre.
19. *Voie, canal* : nous avons essayé d'établir une distinction entre ces deux termes, „voie” étant employé lorsqu'on s'intéresse surtout aux caractéristiques imposées par la source, et „canal” au milieu de communication en lui-même (notamment, siège de perturbations); exemple: voie téléphonique, canal radioélectrique. En anglais, „channel” est usité dans les deux cas.

CHAPITRE PREMIER

INTRODUCTION

Depuis les temps les plus anciens, l'homme a éprouvé le besoin de transmettre des informations à des distances beaucoup plus grandes que celles que pouvait atteindre sa seule voix.

La transmission de l'information implique la propagation d'une énergie.

On utilisa d'abord l'énergie acoustique, mais la distance à laquelle on pouvait transmettre des informations par ce moyen était très réduite.

À l'aide de la propagation d'énergie électromagnétique sous forme de lumière, on a pu atteindre des distances plus grandes; mais les moyens de communication existant alors ne permettaient que la transmission d'une quantité réduite d'information.

On signalait par le feu la réalisation ou la non réalisation d'un événement, conformément à une convention préalable — l'information transmise était donc de la forme „OUI“ ou „NON“.

En déplaçant une planche au-dessus d'un feu et en modelant la fumée, on a pu augmenter la quantité d'information transmise.

Grâce à un autre procédé optique, en se servant de fanions suivant un code bien établi, les marins réussissaient à transmettre une quantité d'information encore plus grande. Par tous les procédés cités, le temps nécessaire à la transmission de l'information était assez long.

La nécessité de transmettre une quantité d'information de plus en plus grande dans un temps de plus en plus court a suscité la découverte de nouveaux procédés de transmission. De nos jours, le télégraphe, le téléphone, et — plus encore — la télévision, sont capables de transmettre une énorme quantité d'information dans un temps extrêmement court.

Dans un processus de transmission, il apparaît inévitablement des perturbations, qui peuvent introduire des erreurs détériorant l'information utile. La lutte contre les perturbations, pour une fidèle reproduction de l'information: telle est la principale mission des systèmes de transmission.

Dans l'évolution des idées sur les problèmes de transmission de l'information, un rôle fondamental a été joué par les œuvres de Norbert Wiener et de Claude Shannon, qui ont formulé ce point de vue nouveau, que le signal et les perturbations ne pouvaient être décrits qu'en termes de probabilités, c'est-à-dire que le signal et les perturbations ne pouvaient être représentés que par des fonctions aléatoires.

I.1. — TERMINOLOGIE

Pour éviter que des malentendus ne résultent de l'utilisation de termes employés dans la littérature avec plusieurs acceptions, il est nécessaire de donner quelque précision sur le sens où ces termes sont utilisés dans le présent ouvrage.

Signal : manifestation physique (onde électromagnétique, onde sonore, etc.) capable de se propager dans un milieu donné. C'est l'acception la plus large donnée à la notion de signal.

En général, comme on le verra dans la suite, ce terme est utilisé en un sens plus restreint, excluant les signaux qui nuisent au processus de transmission, et qu'on appelle perturbations.

Message : signal qui correspond à une réalisation particulière de l'ensemble donné de signes ou d'images qui doivent être transmises à un correspondant. On appelle encore message une partie constituante d'un message.

La littérature emploie parfois la notion de message dans une acception plus large (incluant, par exemple, les textes écrits, etc.).

Dans ce livre on suppose toujours l'existence de transducteurs ou capteurs, qui transforment en un signal l'entité à transmettre. À la réception, un autre transducteur effectue l'opération inverse, c'est-à-dire transforme le signal en l'entité originelle.

La description de la structure et des propriétés des transducteurs (*) n'est pas abordée dans ce livre, qui ne traite que des problèmes relatifs à la transmission, de la sortie du transducteur d'émission, que l'on appelle source, à l'entrée du transducteur de réception, que l'on appelle utilisation (correspondant, ou observateur).

Entre la source et l'utilisation, le message subit en général une suite de transformations dont le résultat s'appelle signal au sens restreint).

Source : processus par lequel, dans l'ensemble des messages possibles, est choisi d'une manière imprévisible un message particulier, destiné à être transmis à un correspondant.

Utilisation (correspondant, observateur) : destination finale du message transmis.

(*) v. la note n° 16

Canal (voie): totalité des moyens destinés à la transmission du signal, „moyens“ signifiant autant les appareils que le milieu à travers lequel la transmission a lieu.

Il n'y a pas de délimitation rigoureuse entre les appareils et le milieu. Par exemple, on entend parfois par milieu un câble coaxial, et par appareils, les amplificateurs terminaux. D'autres fois, on inclut dans le milieu le câble coaxial comme les amplificateurs terminaux, s'il existe également un équipement terminal pour multiplexer les voies.

En général, on peut transmettre à travers un milieu des signaux correspondant à plusieurs canaux (voies), tandis que dans un équipement terminal, on considère qu'on transmet seulement le signal d'une voie.

Modulation: transformation d'un message en un signal, dans le but de faciliter la transmission par un milieu précis ou de réaliser des transmissions multiples, par le même milieu.

Un second but de la modulation est d'augmenter l'efficacité de la transmission, en réduisant les erreurs de transmission (comme c'est le cas de la modulation de fréquence).

Démodulation: transformation inverse de la modulation.

Codage: transformation d'un message en un signal discret, dans le but principal d'accroître l'efficacité de la transmission (v. chap. 15). Parfois, le terme codage s'emploie dans un sens plus large, comprenant aussi la modulation.

Décodage: opération inverse du codage (consistant à déduire d'un signal discret le message continu ou discret lui correspondant).

Information. Pour introduire la notion d'information, on suppose que, dans une certaine situation, peuvent survenir N événements différents, également probables — la probabilité de chaque événement étant $p = 1/N$. La réalisation d'un événement, parmi les N événements possibles, produit une information.

Cette information est d'autant plus importante que l'événement qui vient de se produire était moins prévisible, c'est-à-dire que sa probabilité était moindre. Par définition, l'information obtenue dans ce cas est:

$$i = + \log \frac{1}{p} = - \log p = \log N, \quad (1.1)$$

où l'on a utilisé la fonction logarithmique pour assurer à l'information la propriété d'additivité (v. chap. 15).

On remarquera que l'information s'obtient par la sélection d'un événement parmi N événements possibles, également probables (comme on le montrera au chapitre 15, la restriction que les N événements possibles soient également probables n'est pas maintenue).

Si nous nous reportons à la définition que nous avons donnée d'une source, il apparaît que celle-ci, effectuant la sélection d'un certain message dans l'ensemble des messages possibles, produit de l'information — c'est-à-dire qu'elle est une source d'information.

Si un dispositif produit des signaux dont la forme (représentation analytique) est connue d'avance, il n'est pas une source d'information.

Seuls, les signaux dont le déroulement dans le temps est imprévisible peuvent transmettre de l'information. Donc, la transmission d'information est subordonnée à celle de signaux aléatoires. En cela réside l'importance spéciale accordée à leur étude.

Perturbation : signal qui modifie un signal aléatoire utile, en diminuant la quantité d'information transmise par lui.

1.2. - MODÈLE D'UN SYSTÈME DE TRANSMISSION D'INFORMATION

Le modèle le plus simple de système de transmission d'information est représenté schématiquement sur la figure 1.1.

On a supposé que le message, avec la forme qui lui est donnée par la source (transducteur), peut être transmis directement à travers le canal, sans subir de transformation.

La source de perturbation est un élément qui apparaît inévitablement dans tous les systèmes de transmission d'information.

Le modèle représenté sur la figure 1.1 correspond, en général, à des cas où l'information doit être transmise à une faible distance et aussi où les erreurs causées par les bruits sont petites.

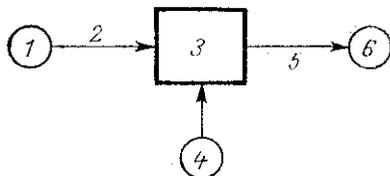


Fig. 1.1. Système simple de transmission d'information ;

1 - source d'information ; 2 - message ; 3 - canal ; 4 - source de perturbation ; 5 - message ; 6 - utilisation.

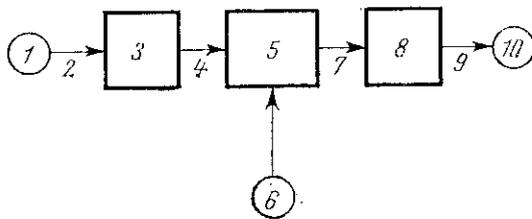


Fig. 1.2. Système de transmission d'information avec des éléments de modulation et démodulation ;

1 - source ; 2 - message ; 3 - modulation ; 4 - signal ; 5 - canal ; 6 - perturbation ; 7 - signal + perturbation ; 8 - démodulation ; 9 - message + perturbation ; 10 - utilisation.

Si le message ne peut être transmis comme tel par le milieu (à cause des difficultés de propagation ou de la nécessité de réaliser des transmissions multiples), on introduit des éléments de modulation et de démodulation, comme sur la figure 1.2.

La plupart des systèmes de transmission d'information utilisés à présent ont la structure représentée sur la figure 1.2.

Si l'on souhaite augmenter l'efficacité, c'est-à-dire si l'on veut transmettre une quantité plus grande d'information en présence de perturbations, on utilise aussi des éléments de codage et de décodage, comme on le voit sur la figure 1.3.

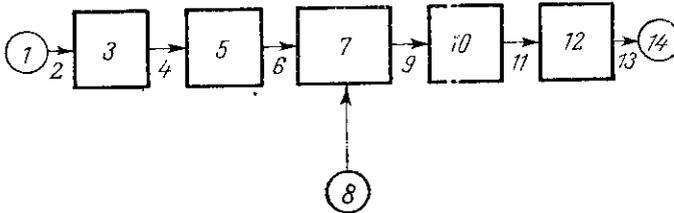


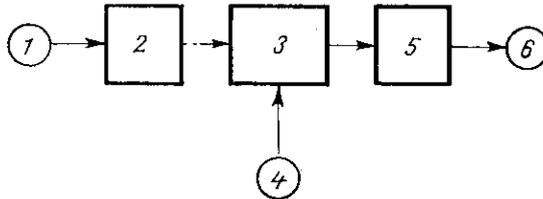
Fig. 1.3. Système de transmission d'information — démodulation et codage — décodage:
 1 — source; 2 — message; 3 — codage; 4, 6 — signal; 5 — modulation; 7 — canal;
 8 — perturbation; 9, 11 — signal + perturbation; 10 — démodulation; 12 — décodage;
 13 — message + perturbation; 14 — utilisation.

Les éléments de modulation et de démodulation sont, parfois, compris soit dans le canal, soit dans les éléments de codage et de décodage. Dans le dernier cas, la notion de codage est utilisée dans son acception élargie.

Dans certains cas, il est utile d'adopter un modèle où toutes les opérations de transformation du message émis par la source soient effectuées dans une même unité, qu'on appelle émetteur, et où, également, les opérations de restitution du message soient accomplies dans une même unité, nommée récepteur (fig. 1.4).

Fig. 1.4. Système de transmission de l'information:

1 — source; 2 — émetteur; 3 — canal;
 4 — perturbation; 5 — récepteur; 6 — utilisation.



Dans ce cas, des transformations autres que celles qui sont indiquées sur les figure 1.2 et 1.3 peuvent se produire aussi à la réception comme, par exemple, le filtrage du signal, ou sa séparation d'avec les bruits, des opérations de corrélation, de décision, etc.

1.3. — RÔLE D'UN SYSTÈME DE TRANSMISSION D'INFORMATION

Le rôle d'un système de transmission d'information est de fournir à l'utilisation ce qui sort de la source, c'est à-dire de reproduire, en un certain lieu, ce signal même.

Il est évident qu'une reproduction parfaite n'est pas possible.

Du point de vue pratique, il suffit que la reproduction soit faite avec une approximation (ou fidélité) qui dépend du but poursuivi. Dans les communications téléphoniques, par exemple, la fidélité nécessaire est moins grande que celle qui est requise en radiodiffusion, etc.

De même, dans une communication entre des machines, la fidélité requise dépend du but que l'on poursuit. Par exemple, la transmission de l'information sur des variations de température, dans un processus d'automatisation, doit s'effectuer avec la précision demandée par les éléments de réglage, etc.

Dans tous les cas, la transmission de l'information se fait avec une certaine dégradation, dont les limites admissibles dépendent de l'emploi, c'est-à-dire du but poursuivi.

La plupart des systèmes de communication utilisés à présent se caractérisent par la présence des hommes aux deux extrémités du canal.

Les moyens de communication peuvent alors être considérés comme prolongeant les sens: le téléphone, par exemple, rend possible la conversation entre deux personnes éloignées comme si elles se trouvaient face à face.

Les perturbations, dans la plupart des systèmes de communication, ressemblent aux perturbations naturelles auxquelles nos sens se sont adaptés. C'est pourquoi les systèmes classiques de communication donnent des résultats satisfaisants, avec un équipement terminal réduit (c'est-à-dire sans unité de codage et décodage).

On sait que, si une conversation téléphonique est brouillée par de fortes perturbations, on parle plus fort, plus clairement et on emploie un vocabulaire plus limité, avec les mots les plus usuels. De la sorte, la source d'information s'adapte au canal de communication disponible.

En même temps que les communications traditionnelles, les communications de machine à machine commencent à se développer. L'automatisation complexe de processus de production et les échanges des données entre les calculatrices électroniques sont à l'origine du développement vertigineux des systèmes de communication entre machines.

À la différence des communications entre les hommes, il n'y a pas, dans les communications entre machines, de codage naturel, effectué par le cerveau en vue de l'adaptation au canal de communication. Ceci conduit à augmenter la complexité des équipements terminaux, pour obtenir le degré de précision voulu dans le processus de transmission.

La qualité de la transmission (ou plutôt de la précision) peut être également accrue en perfectionnant le canal.

Lorsqu'on choisit une méthode pour améliorer la qualité d'une transmission, on doit considérer le prix de revient des équipements terminaux par rapport à celui du canal.

Les tendances actuelles de développement indiquent une préférence pour l'augmentation de la complexité des équipements terminaux, dont le

prix de revient diminue constamment grâce à l'utilisation des transistors et des circuits intégrés, actuellement produits en grande série à des prix très modiques.

Tel n'est pas le cas des prix des canaux de transmission. Bien qu'on ait enregistré de grands progrès dans ce domaine, ces canaux ne se prêtent pas à la production en série et il est possible que leur prix de revient ne diminue que peu, même dans l'avenir.

Ceci explique la tendance à un emploi de plus en plus rationnel des canaux de transmission, au prix d'un accroissement de la complexité des équipements terminaux, nécessaire pour qu'ils puissent effectuer les opérations permettant d'accroître l'efficacité de la transmission.



TABLE DES MATIÈRES

Préface	V
Index des notations de base	VII
Notes sur le vocabulaire	IX
1. Introduction	1
1.1. <i>Terminologie</i>	2
1.2. <i>Modèle d'un système de transmission d'information</i>	4
1.3. <i>Rôles d'un système de transmission d'information</i>	6
2. Éléments de statistique mathématique	8
2.1. <i>Événements</i>	8
2.1.1. Définition de certaines opérations	8
2.2. <i>Définition de la probabilité</i>	12
2.2.1. Définition classique de la probabilité	12
2.2.2. Définition géométrique de la probabilité	12
2.2.3. Définition axiomatique de la probabilité	13
2.2.4. Définition de la probabilité conditionnelle	15
2.2.5. Définition de la probabilité complète	18
2.2.6. Formule de Bayes	19
2.2.7. Fiabilité des systèmes dans un intervalle de temps donné	20
2.3. <i>Variables aléatoires</i>	23
2.3.1. Espace des épreuves	23
2.3.2. Loix fondamentales	25
2.4. <i>Variables aléatoires discrètes, distributions discrètes et fonctions de répartition des variables discrètes</i>	28
2.4.1. Distributions du premier ordre	28
2.4.2. Distributions du second ordre	31
2.4.3. Distributions conditionnelles	34
2.4.4. Développement asymptotique de Laplace	34
2.4.5. Théorème intégral de Laplace	37
2.4.6. Développement asymptotique de Poisson (loi des événements rares)	40
2.5. <i>Variables aléatoires continues</i>	41
2.5.1. Fonction de répartition. Densité de probabilité	41
2.5.2. Densité de probabilité des variables aléatoires discrètes	42
2.5.3. Distribution uniforme	43
2.5.4. Distribution normale laplacienne ou gaussienne	44
2.5.5. Distribution de Cauchy	45
2.5.6. Distribution exponentielle	45
2.5.7. Distribution mixtes continues-discrètes	46
2.5.8. Distributions de deux variables aléatoires continues	47
2.5.9. Distributions continues conditionnelles	48
2.5.10. Distribution normale de deux variables aléatoires	49
2.6. <i>Valeurs numériques caractéristiques des variables aléatoires</i>	50

BIBLIOTHEQUE DU CERIST

2.7. Fonctions de variables aléatoires	53
2.7.1. Cas d'une seule variable aléatoire	53
2.7.2. Cas de deux variables aléatoires	56
2.7.3. Transformation des coordonnées cartésiennes en coordonnées polaires	57
2.7.4. Distribution de Rayleigh	58
2.8. Moyennes des fonctions de variable aléatoire	59
2.8.1. Moyenne de la fonction $\eta = f(\xi)$	59
2.8.2. Moyenne d'une somme	60
2.8.3. Moyenne du produit de deux variables aléatoires	60
2.8.4. Coefficient de corrélation	61
2.8.5. Indépendance linéaire et indépendance statistique	64
2.8.6. Variance de la somme de deux variables aléatoires	66
2.9. Fonctions caractéristiques	66
2.9.1. Quelques propriétés de la fonction caractéristique	67
2.9.2. Fonctions caractéristiques de quelques distributions	68
2.9.3. Densité de probabilité d'une somme de variables aléatoires indépendantes	69
2.10. Tendance vers la loi normale	69
2.10.1. Somme de nombreux phaseurs de phase et amplitude aléatoires	70
2.11. Inégalité de Tchébychev	72
2.12. Loi des grands nombres	72
2.13. Convergence des variables aléatoires	73
2.13.1. Convergence en probabilité	73
2.13.2. Convergence en moyenne quadratique	74
3. Signaux certains	75
3.1. Représentation des signaux certains	76
3.1.1. Fonction de corrélation	77
3.2. Représentation des signaux périodiques	78
3.2.1. Développement en série de Fourier des signaux périodiques	78
3.2.2. Fonction de corrélation des signaux périodiques	83
3.2.3. Fonction d'autocorrélation des signaux périodiques	85
3.2.4. Propriétés de la fonction d'autocorrélation des signaux périodiques	86
3.2.5. Densité spectrale et densité spectrale de puissance des fonctions périodiques	88
3.2.6. Théorème de convolution des fonctions périodiques	93
3.3. Représentation des signaux apériodiques	96
3.3.1. Transformations de Fourier et de Laplace	96
3.3.2. Quelques propriétés de la transformée de Fourier	104
3.3.3. Fonction de corrélation et densité spectrale d'énergie des signaux apériodiques	104
3.3.4. Fonction d'autocorrélation des signaux apériodiques	109
3.3.5. Propriétés de la fonction d'autocorrélation des signaux apériodiques	110
3.3.6. Spectres à court terme	111
3.3.7. Théorème de convolution des fonctions apériodiques	113
3.3.8. Théorème d'échantillonnage	115
3.3.9. Propriétés de la fonction d'interpolation	120
3.3.10. Énergie d'un signal en fonction des valeurs qu'il prend aux points d'échantillonnage	123
3.4. Signal analytique	124
3.4.1. Détermination du signal analytique associé à un signal donné	126
3.4.2. Amplitude et phase instantanées	127

3.4.3. Fréquence instantanée	128
3.4.4. Théorème d'échantillonnage des signaux dont le spectre ne commence pas à la fréquence zéro	129
3.5. Localisation d'un signal dans le domaine du temps et dans le domaine des fréquences	132
3.5.1. Localisation d'un signal dans le domaine du temps	133
3.5.2. Localisation d'un signal dans le domaine des fréquences	134
3.5.3. Exemples	135
3.6. Largeur de bande et durée des signaux	136
3.6.1. Relation entre la largeur de bande et la durée d'un signal	137
4. Signaux aléatoires	139
4.1. Notion de signal aléatoire	139
4.2. Types de signaux aléatoires	140
4.3. Moyennes statistiques et moyennes temporelles des signaux aléatoires	142
4.3.1. Moyennes statistiques (moyennes d'ensemble)	142
4.3.2. Moyennes temporelles	143
4.4. Signaux mixtes	144
4.5. Signaux stationnaires	145
4.6. Classification des signaux aléatoires	148
4.6.1. Signal aléatoire pur	148
4.6.2. Processus de Markov simples	149
4.6.3. Processus ergodiques	151
4.7. Détermination expérimentale d'une fonction de répartition de probabilité	156
4.8. Continuité des signaux aléatoires	157
4.9. Différentiation des signaux aléatoires	158
4.10. Intégration des signaux aléatoires	158
4.11. Densité spectrale de puissance et théorème de Wiener-Khintchine	159
4.12. Densité spectrale de puissance et fonction d'autocorrélation de la dérivée d'un signal	163
4.13. Densité spectrale de puissance et fonction d'autocorrélation de l'intégrale d'un signal	164
4.14. Densité spectrale de puissance des signaux mixtes	166
4.15. Propriétés de la fonction d'autocorrélation	166
4.16. Signaux aléatoires périodiques	169
4.17. Développement en série orthogonale à coefficients corrélés des signaux aléatoires non périodiques	170
4.17.1. Développement en série de Fourier	170
4.17.2. Développement en série de fonctions d'interpolation	172
4.18. Signaux à bande étroite	173

4.19. Signaux à large bande	175
4.20. Signal gaussien	176
4.21. Signal gaussien à bande étroite	177
5. Espaces des signaux et diagrammes de fluence	178
5.1. <i>Espaces vectoriels</i>	178
5.1.1. Espace de Hilbert L_2	180
5.1.2. Espace euclidien R_n	182
5.1.3. Espace l_2	183
5.2. <i>Représentation des signaux</i>	184
5.2.1. Représentation des signaux dans l'espace R_n	184
5.2.2. Densité de probabilité dans l'espace R_n	185
5.3. <i>Opérateurs fonctionnels</i>	186
5.4. <i>Diagrammes de fluence des signaux</i>	189
5.4.1. Équivalences élémentaires	192
5.4.2. Équivalence des boucles propres	192
5.4.3. Résorption des nœuds	194
5.4.4. Réduction des graphes	194
5.4.5. Graphes généraux de fluence des signaux	194
5.4.6. Transmittance d'un graphe	195
5.4.7. Voie et boucle	196
5.4.8. Dédoublément d'un nœud	196
5.4.9. Transmittance en boucle d'un nœud et transmittance en boucle d'une branche	197
5.4.10. Déterminant d'un graphe	197
5.4.11. Expression du déterminant d'un graphe en fonction des transmittances des boucles	199
5.4.12. Expression générale de la transmittance d'un graphe	200
6. Systèmes linéaires stationnaires	202
6.1. <i>Spécification des systèmes linéaires stationnaires</i>	202
6.1.1. Spécification de l'opérateur ψ dans le domaine des fréquences	204
6.1.2. Spécification de l'opérateur ψ dans le domaine du temps	206
6.2. <i>Systèmes stables et systèmes réalisables</i>	209
6.2.1. Systèmes stables	209
6.2.2. Systèmes réalisables	210
6.2.3. Systèmes physiquement réalisables	211
6.3. <i>Spécification d'une fonction de transfert par ses pôles et ses zéros</i>	212
6.3.1. Module et phase d'une fonction de transfert	216
6.3.2. Classification des fonctions de transfert selon l'emplacement de leurs pôles et zéros	217
6.4. <i>Théorèmes des axes</i>	219
6.5. <i>Gain et phase d'une fonction de transfert</i>	221
6.5.1. Filtre passe-bas idéal	222
6.5.2. Filtre gaussien	223

6.5.3. Filtres à caractéristique d'amplitude $\left \frac{\sin \omega \tau}{\omega \tau} \right $ et $\frac{\sin^2 \omega \tau}{(\omega \tau)^2}$	225
6.6. Retard de phase et retard de groupe	227
6.7. Systèmes idéaux n'introduisant pas de distorsion	229
6.8. Filtres idéaux	230
6.8.1. Filtre passe-bas idéal	230
6.8.2. Filtre passe-bande idéal	234
6.8.3. Filtre RC	236
6.8.4. Filtre intégrateur (opérateur de moyenne temporelle)	238
6.8.5. Filtre adapté	240
6.8.6. Filtre en peigne	242
6.8.7. Effet des non linéarités de phase sur le signal transmis	245
6.9. Transmission des signaux aléatoires par les systèmes linéaires	248
6.9.1. Fonction d'autocorrélation du signal sortant	248
6.9.2. Densité spectrale de puissance du signal sortant	249
6.9.3. Réponse au bruit blanc des systèmes linéaires	250
6.9.4. Bande équivalente de bruit	255
6.9.5. Temps de corrélation	257
6.9.6. Réponse des systèmes linéaires aux signaux gaussiens	258
6.9.7. Mesure de la fonction de corrélation	259
6.9.8. Mesure de la densité spectrale de puissance	260
6.9.9. Détermination de la réponse d'un système linéaire à l'impulsion-unité, par corrélation mutuelle	262
7. Systèmes linéaires non stationnaires	264
7.1. Spécification des systèmes linéaires non stationnaires	264
7.1.1. Réponse à l'impulsion-unité	265
7.1.2. Fonction de transfert des systèmes non stationnaires	267
7.2. Systèmes linéaires non stationnaires discrets	269
7.2.1. Transformation en \mathcal{Z}	271
7.2.2. Transformation en \mathcal{Z} inverse	273
7.2.3. Relation entre la transformée de Laplace et la transformée en \mathcal{Z}	273
7.2.4. Quelques propriétés de la transformée en \mathcal{Z}	275
7.2.5. Fonction de transfert discrète $H(z)$	276
7.2.6. Transformation en \mathcal{Z} modifiée	278
7.2.7. Transformation en \mathcal{Z} modifiée inverse	281
8. Systèmes non linéaires	283
8.1. Classification des systèmes non linéaires	283
8.1.1. Systèmes non linéaires sans mémoire	283
8.1.2. Systèmes non linéaires à mémoire, séparables	284
8.1.3. Systèmes non linéaires à mémoire, non séparables	285
8.2. Spécification d'un système non linéaire dans le domaine du temps	286
8.2.1. Condition pour qu'un système soit séparable	286
8.3. Spécification d'un système non linéaire dans le domaine des fréquences	287
8.4. Transmission de signaux aléatoires par les systèmes non linéaires	289
8.4.1. Méthode directe	289
8.4.2. Méthode des fonctions caractéristiques	296

9. Perturbations	308
9.1. <i>Classification des perturbations</i>	308
9.1.1. Classification des perturbations additives	309
9.1.2. Canaux idéaux sans perturbation	311
9.2. <i>Bruit provoqué par des impulsions</i>	312
9.2.1. Représentation du bruit causé par les impulsions	313
9.2.2. Caractéristiques générales du bruit causé par les impulsions	316
9.3. <i>Bruit de fluctuation</i>	316
9.3.1. Représentation du bruit de fluctuation	317
9.3.2. Caractéristiques statistiques du bruit de fluctuation	324
9.3.3. Valeur de „crête“ du bruit de fluctuation	323
9.3.4. Bruit d'agitation thermique	324
9.3.5. Facteur de bruit	326
9.3.6. Bruits quasi-gaussiens	329
10. Modulation	330
10.1. <i>Modulation à porteuse sinusoidale</i>	331
10.2. <i>Modulation d'une porteuse formée d'un train d'impulsions</i>	332
10.2.1. Modulation d'impulsions sans quantification	336
10.2.2. Modulation d'impulsions avec quantification	338
10.3. <i>Insensibilité aux perturbations</i>	349
11. Modulation linéaire	347
11.1. <i>Définition de l'opérateur de modulation</i>	347
11.1.1. Modulation d'amplitude (MA)	347
11.1.2. Définition de l'opérateur de modulation dans le domaine des fréquences	348
11.1.3. Représentation des signaux modulés linéairement dans le domaine des fréquences	350
11.1.4. Représentation des signaux modulés linéairement dans le domaine du temps	353
11.2. <i>Modulateurs</i>	357
11.2.1. Modulateurs pour la modulation d'amplitude (MA)	357
11.2.2. Modulateurs pour la MA-PS	361
11.2.3. Modulateurs pour la MA-BLU	363
11.3. <i>Démodulation des signaux modulés linéairement</i>	364
11.3.1. Démodulation d'enveloppe	365
11.3.2. Démodulation de produit	367
11.4. <i>Démodulateurs</i>	372
11.4.1. Démodulateur d'enveloppe	373
11.4.2. Démodulateur de produit	373
11.5. <i>Perturbations dans les systèmes à modulation linéaire</i>	373
11.5.1. Interférences dans les systèmes à modulation linéaire	373
11.5.2. Bruits dans les systèmes à modulation linéaire	381
11.6. <i>Réponse des systèmes linéaires aux signaux modulés linéairement</i>	389
11.6.1. Distorsions, par les filtres linéaires, des signaux modulés linéairement	391

12. Modulation exponentielle	395
12.1. <i>Représentation des signaux ME</i>	395
12.1.1. Notion de fréquence instantanée	395
12.1.2. Spectre d'un signal modulé exponentiellement dans le cas particulier où le message est sinusoïdal	399
12.1.3. Puissance moyenne d'un signal modulé exponentiellement	401
12.1.4. Largeur de bande des signaux modulés exponentiellement	402
12.1.5. Spectre d'un signal modulé exponentiellement par une somme de sinusoïdes	404
12.1.6. Spectre d'un signal modulé exponentiellement par une suite d'impulsions rectangulaires	405
12.1.7. Conclusions sur la largeur de bande des signaux ME	408
12.2. <i>Modulateurs pour la modulation exponentielle</i>	408
12.2.1. Modulateurs à transistor à réactance	410
12.2.2. Oscillateurs modulés en fréquence	412
12.3. <i>Réponse des systèmes linéaires aux signaux modulés exponentiellement</i>	414
12.3.1. Discriminateur idéal	417
12.3.2. Limiteurs	418
12.3.3. Discriminateurs	420
12.4. <i>Régime quasi-stationnaire</i>	420
12.4.1. Calcul des distorsions en régime quasi-stationnaire	423
12.5. <i>Perturbations dans les systèmes à modulation exponentielle</i>	426
12.5.1. Interférences dans les systèmes à ME	426
12.5.2. Bruit dans les systèmes à modulation exponentielle	432
13. Modulation d'impulsions	439
13.1. <i>Échantillonnage des signaux</i>	439
13.1.1. Signaux d'échantillonnage	439
13.1.2. Expression d'un message échantillonné par des „fonctions“ delta	441
13.1.3. Expression d'un message échantillonné par une fonction rectangulaire périodique	446
13.1.4. Valeur quadratique moyenne des échantillons d'un message	449
13.1.5. Échantillonnage régulier et échantillonnage naturel	451
13.2. <i>Spectre des impulsions modulées en amplitude (MIA)</i>	453
13.2.1. Spectre des impulsions modulées en amplitude dans le cas de l'échantillonnage régulier (MIA)	453
13.2.2. Spectre des impulsions modulées en amplitude avec échantillonnage naturel (MIA)	456
13.3. <i>Spectre des impulsions modulées en position par un message sinusoïdal (MIP)</i>	459
13.3.1. Spectre des impulsions modulées en position avec échantillonnage régulier (MIP)	459
13.3.2. Spectre des impulsions modulées en position avec échantillonnage naturel (MIP)	465
13.4. <i>Spectre des impulsions modulées en durée par un message sinusoïdal (MID)</i>	469
13.4.1. Spectre des impulsions modulées en durée avec échantillonnage régulier (MID)	470
13.4.2. Spectre des impulsions modulées en durée avec échantillonnage naturel (MID)	472
13.5. <i>Conclusions sur la modulation d'impulsions</i>	473

13.6	<i>Modulateurs d'impulsions</i>	477
13.6.1.	Modulateurs d'impulsions en amplitude.....	477
13.6.2.	Modulateurs d'impulsions en durée.....	478
13.6.3.	Modulateurs d'impulsions en position.....	481
13.7	<i>Démodulation des impulsions modulées</i>	481
13.7.1.	Démodulation des impulsions modulées en amplitude.....	481
13.7.2.	Démodulation des impulsions modulées en durée.....	482
13.7.3.	Démodulation des impulsions modulées en position.....	483
13.8.	<i>Rapport signal/perturbation dans les systèmes d'impulsions modulées en amplitude</i>	484
13.8.1.	Rapport signal/perturbation dans un récepteur à échantillonnage idéal (MIA).....	485
13.8.2.	Rapport signal/perturbation dans un récepteur à échantillonnage régulier (MIA).....	489
13.8.3.	Rapport signal/perturbation dans un récepteur à échantillonnage naturel (MIA).....	490
13.9.	<i>Rapport signal/perturbation dans les systèmes à impulsions modulées en position ou en durée (MIP ou MID)</i>	497
13.9.1.	Rapport signal/perturbation dans le cas du bruit blanc (MIP-MA).....	501
13.9.2.	Rapport signal/perturbation dans le cas d'un bruit triangulaire (MIP-MP).....	501
13.9.3.	Comparaison entre la transmission MIP ou MID par modulation d'amplitude et de fréquence.....	502
13.9.4.	Comparaison entre la MIP et la MID.....	502
13.10.	<i>Modulation par impulsions codées (MIC)</i>	503
13.10.1.	Quantification uniforme.....	503
13.10.2.	Quantification exponentielle.....	507
13.10.3.	Réalisation de la quantification uniforme.....	510
13.10.4.	Réalisation de la quantification exponentielle.....	512
13.10.5.	Largeur de bande occupée par les signaux modulés par codage d'impulsions.....	513
13.10.6.	Réalisation de la modulation codée.....	514
13.10.7.	Bruit produit par les erreurs numériques.....	521
13.10.8.	Rapport signal/bruit total.....	525
13.10.9.	Modulation différentielle (en delta).....	525
14.	Transmissions multiples (systèmes „multiplex“)	529
14.1.	<i>Système à multiplexage en phase</i>	530
14.1.1.	Diaphonie entre les voyes.....	532
14.1.2.	Synchroneisation.....	534
14.2.	<i>Systèmes à multiplexage en fréquence</i>	534
14.2.1.	Système MA-BL.....	536
14.2.2.	Système MA-BL-MP.....	536
14.2.3.	Système MP-ML.....	547
14.3.	<i>Système à multiplexage dans le temps</i>	549
14.3.1.	Systèmes multiplex analogiques.....	550
14.3.2.	Systèmes multiplex numériques.....	557
15.	Mesure de l'information des signaux discrets	562
15.1.	<i>Mesure de l'information dans le cas discret</i>	562
15.1.1.	Spécification de la fonction U	565
15.1.2.	Unités de mesure de l'information.....	566

15.2. Sources discrètes	567
15.2.1. Source discrète sans contrainte	569
15.2.2. Source discrète à contraintes fixes.....	570
15.2.3. Source discrète à contraintes statistiques	572
15.3. Entropie	574
15.3.1. Propriétés de l'entropie.....	576
15.3.2. Débit d'information et redondance d'une source	579
15.3.3. Sources primaires et sources secondaires	581
15.4. Canaux discrets	581
15.4.1. L'entropie à l'entrée et à la sortie d'un canal discret	582
15.4.2. Entropie conditionnelle	584
15.4.3. Relations entre les diverses entropies	586
15.4.4. Transinformation.....	589
15.4.5. Représentation graphique des relations entre les différentes entropies	591
15.5. Capacité, redondance, rendement d'un canal discret	593
15.5.1. Capacité d'un canal discret sans perturbation	594
15.5.2. Théorème fondamental du codage des canaux sans bruit	602
15.5.3. Capacité d'un canal discret perturbé	604
15.5.4. Capacité d'un canal binaire	610
15.5.5. Canaux symétriques	614
15.5.6. Théorème fondamental du codage des canaux brynants	620
16. Mesure de l'information des signaux continus	621
16.1. La transinformation dans le cas continu	624
16.2. L'entropie dans le cas continu	628
16.2.1. Variation de l'entropie dans le cas continu lors d'un changement de coordonnées	629
16.3. Invariance de la transinformation avec les transformations linéaires	630
16.4. Entropie par degré de liberté et débit d'entropie	632
16.4.1. Entropie et transinformation par degré de liberté dans le cas d'échantillons indépendants	633
16.5. Canaux à perturbations additives	634
16.6. Capacité d'un canal continu.....	635
16.6.1. Capacité d'un canal à perturbation additives	636
Annexe I. Fonction échelon-unité et „fonction“ delta	645
Annexe II. Transformations de Hilbert	648
Annexe III. Problème isopérimétrique du calcul des variations appliqué à l'entropie	654
Tables annexes	657
Bibliographie	663
Index alphabétique des matières	671