

# L'INTÉGRALE DE FOURIER ET SES APPLICATIONS A L'OPTIQUE

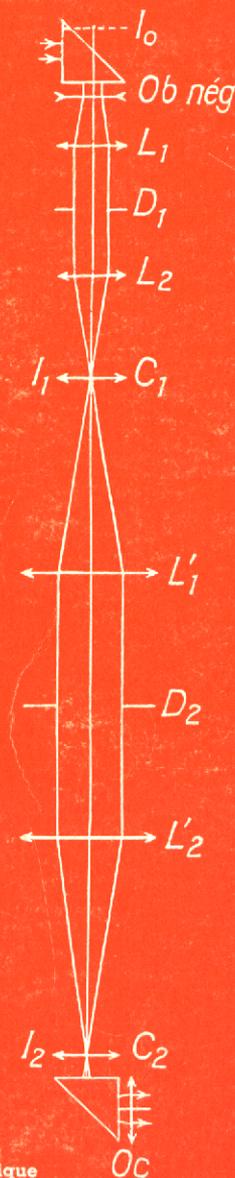
par P. M. DUFFIEUX

PRÉFACE DU Pr J. Ch. VIÉNOT

deuxième édition

MASSON & CIE

Ouvrage publié avec le concours du Centre National de la Recherche Scientifique



BIBLIOTHEQUE DU CERIST

L'INTÉGRALE DE FOURIER  
ET SES APPLICATIONS  
A L'OPTIQUE

## A LA MÊME LIBRAIRIE

INTRODUCTION À L'OPTIQUE DE FOURIER, par J. W. GOODMAN. Traduit de l'anglais par C. DUROU (en préparation).

HOLOGRAPHIE, par M. FRANÇON. 1969. 124 pages, 137 figures.

DIFFRACTION, STRUCTURE DES IMAGES. *Influence de la cohérence de la lumière*, par A. MARECHAL et M. FRANÇON. 2<sup>e</sup> tirage. 1970. 204 pages, 149 figures, 10 tableaux.

LES LASERS. *Principes, réalisations, applications*, par A. ORSZAG. 1968. 176 pages, 47 figures.

PRÉCIS D'OPTIQUE CRISTALLINE APPLIQUÉE À L'IDENTIFICATION DES MINÉRAUX, par P. BORDEL. 1968. 220 pages, 144 figures, 8 planches, 2 hors-texte, 1 dépliant en couleurs.

OPTIQUE PHYSIQUE (*Cours à l'usage de la licence et de la maîtrise*), par J. ROIG.  
Tome I. *Propagation. Cohérence. Interférences*. 1967. 352 pages, 135 figures.

OPTIQUE. *Cours de physique générale, à l'usage de l'enseignement supérieur scientifique et technique* (G. BRUHAT). 6<sup>e</sup> édition, par A. KASTLER. 1965. 1 026 pages, 752 figures.

C  
1666

# L'INTÉGRALE DE FOURIER ET SES APPLICATIONS A L'OPTIQUE

PAR

P. M. DUFFIEUX

---

DEUXIÈME ÉDITION

---

*PRÉFACE DU P<sup>r</sup> J. Ch. VIÉNOT*

---

Ouvrage publié avec le concours du  
Centre National de la Recherche Scientifique

MASSON ET Cie, ÉDITEURS  
120, Bd Saint-Germain, Paris 6<sup>e</sup>

---

1970

---

*Tous droits de traduction,  
d'adaptation et de reproduction  
par tous procédés  
réservés pour tous pays.*

---

---

© 1970, MASSON et C<sup>ie</sup>, Paris

---

---

*Imprimé en Belgique*

## TABLE DES MATIÈRES

<i>Préface</i> . . . . .	V
<i>Introduction générale</i> . . . . .	IX
<i>Publications de l'auteur sur la théorie des images optiques</i> . . . . .	XIV
CHAPITRE PREMIER. — <i>Séries et intégrales de Fourier</i> . . . . .	
Introduction . . . . .	1
Distribution d'une grandeur limitée . . . . .	1
Représentation par série d'une fonction limitée . . . . .	2
Extension aux fonctions périodiques . . . . .	4
Formules élémentaires relatives aux séries de Fourier . . . . .	5
Symétries . . . . .	7
Fonctions alternatives . . . . .	8
Fréquences et pulsations . . . . .	8
Composition des termes pairs et impairs . . . . .	9
Représentation graphique . . . . .	10
Vocabulaire . . . . .	10
Intégrale de Fourier . . . . .	11
Composition des deux intégrales . . . . .	11
Représentation graphique . . . . .	12
Relations entre séries et intégrales . . . . .	12
Fonction solitaire limitée . . . . .	12
Fonctions solitaires et périodiques associées . . . . .	13
Changement d'origine . . . . .	15
Unicité des développements en série et intégrales de Fourier . . . . .	16
CHAPITRE II. — <i>L'espace des fréquences. La transformation de Fourier</i> . . . . .	
Introduction . . . . .	17
Intégrales . . . . .	17
Séries . . . . .	18

Graphiques . . . . .	18
La fonction $f(u)$ . . . . .	18
Grandeurs complexes . . . . .	20
Séries et intégrales complexes . . . . .	21
Séries complexes . . . . .	21
Intégrales complexes . . . . .	22
Propriétés générales . . . . .	22
Additivité . . . . .	23
Symétries et parités . . . . .	23
Transformation dans les demi-espaces . . . . .	27
Transformation réelle paire . . . . .	27
Transformation réelle impaire . . . . .	28
Transformation complexe . . . . .	29
Autre forme de la transformation de Fourier . . . . .	30
 CHAPITRE III. — <i>Cas particuliers</i> . . . . .	 31
Introduction . . . . .	31
Fonction rectangle . . . . .	31
Fonction périodique associée : les créneaux . . . . .	32
Fonction linéaire . . . . .	34
Facteur de transmission d'un diaphragme plan . . . . .	34
Fonctions périodiques associées . . . . .	35
Le triangle isocèle . . . . .	36
Transformées de spectres exponentiels . . . . .	37
Fonction de Gauss . . . . .	38
Fonction périodique associée . . . . .	40
Fonctions de Hermite . . . . .	41
Fonctions de Bessel . . . . .	42
Fonctions singulières . . . . .	43
Remarques générales . . . . .	44
Points singuliers et lacunes . . . . .	46
Intégrales . . . . .	47
 CHAPITRE IV. — <i>Théorème de Parseval et convolution</i> . . . . .	 48
Introduction . . . . .	48
Images isoplanétiques . . . . .	48
Images bidimensionnelles planes . . . . .	48
Images à une dimension . . . . .	50
Méthodes d'intégration des images . . . . .	50
Théorème de Parseval. Convolution . . . . .	52
Convolution . . . . .	52
Commutation . . . . .	53
Convolution successives . . . . .	53

Fonctions limitées. Domaine de l'image . . . . .	53
Séries . . . . .	54
Le point lumineux et la fonction delta . . . . .	56
Points intégrables physiques . . . . .	57
Les points intégrables et la transformation de Fourier . . . . .	57
Remarque générale . . . . .	59
<b>CHAPITRE V. — Applications de la convolution. Théorème de Dirichlet . . . . .</b>	<b>60</b>
Les ombres . . . . .	60
La fente exploratrice . . . . .	61
Courbe de résonance et réponse à un choc . . . . .	63
Théorème de Dirichlet. Fonctions d'influence . . . . .	65
Extension du théorème . . . . .	66
Les fonctions d'influence . . . . .	66
Fonctions d'une variable . . . . .	69
Convolution successive . . . . .	72
<b>CHAPITRE VI. — La diffraction dite « à l'infini » . . . . .</b>	<b>74</b>
Introduction . . . . .	74
Diffraction d'une onde plane fonction d'une variable . . . . .	75
Pupilles de deux variables . . . . .	77
Réciprocité et retour inverse de la lumière . . . . .	78
L'infini . . . . .	79
Sens physiques de la transformation de Fourier . . . . .	81
L'indice de réfraction . . . . .	81
La condition d'Abbe . . . . .	82
Diffraction des rayons X . . . . .	86
Répartitions bidimensionnelles . . . . .	89
Les deux transformées de Fourier . . . . .	91
La loi de Lambert . . . . .	92
Fonctions de domaine et de corrélation interne à 1, 2, 3 variables . . . . .	93
<b>CHAPITRE VII. — Théorème de Plancherel. Corrélations . . . . .</b>	<b>96</b>
Introduction . . . . .	96
Première forme du théorème de Parseval . . . . .	96
Théorème de Plancherel . . . . .	97
Vérification des transformations-séries . . . . .	99
La conservation de l'énergie . . . . .	99
Constructions graphiques . . . . .	100
Décomposition des intégrations complexes . . . . .	100
Volume d'intégration des spectres quadratiques . . . . .	102
Positions du spectre du carré et du spectre quadratique . . . . .	106

CHAPITRE VIII. — <i>Les pupilles stigmatiques</i>	110
Introduction	110
Franges d'interférence	110
Interférences par translation	110
Les miroirs de Fresnel	112
Sur une remarque de Wood	113
Pupilles symétriques	115
Pupilles stigmatiques	117
Pupille en fente	119
Pupilles bidimensionnelles	120
Premier procédé	120
Deuxième procédé	121
Spectre quadratique de la pupille carrée	122
Spectre quadratique de la pupille circulaire	123
Pupilles apodisantes	127
CHAPITRE IX. — <i>Les fonctions ponctuées</i>	128
Introduction	128
Réciproque du théorème de Dirichlet	129
Fonctions d'une variable	130
Résolution d'un ensemble de points alignés	132
Ensembles limités	132
Eclairement incohérent	133
Eclairement cohérent	134
Les points d'information	134
Remarques générales	135
Pupilles limitées ponctuées	137
Pupilles bidimensionnelles	138
Pupille circulaire	139
Fonctions périodiques limitées. Réseaux	140
Séries de fonctions $\delta$	140
Construction mathématique du réseau limité	142
Point de départ	142
Première opération	143
Deuxième opération	144
Troisième opération	145
Défauts des réseaux	147
Le réseau parfait	147
Le réseau réel	147
Remarque sur la définition des fréquences	149
Remarque sur l'image rétinienne	149
CHAPITRE X. — <i>Transmission des fréquences</i>	150
Introduction	150

Domaines et fonctions de domaine . . . . .	150
Transmission des fréquences . . . . .	155
Véhicules et optique pupillaire . . . . .	156
Imagerie cohérente . . . . .	159
Image d'une fente en éclairage cohérent . . . . .	160
Expériences d'Abbe . . . . .	163
Éclairage latéral . . . . .	165