

# Transmission de l'information

Méthodes mathématiques

K. ARBENZ J.-C. MARTIN



MASSON 

BIBLIOTHEQUE DU CERIST

TRANSMISSION  
DE  
L'INFORMATION  
MÉTHODES MATHÉMATIQUES

## CHEZ LE MÊME ÉDITEUR

### *Dans la même série*

- ELECTRONIQUE APPLIQUÉE A LA TRANSMISSION DE L'INFORMATION, par J. HERVE.  
**Tome 1** : Conception et calcul pratique des circuits non linéaires. 1981, 364 pages.  
**Tome 2** : Principe et réalisation des systèmes de télécommunications. 1982, 360 pages.
- L'OUTIL MATHÉMATIQUE. Distributions; Transformations de Laplace et Fourier. Fonctions d'une variable complexe, par R. PETH. 1983, 208 pages.
- PROPAGATION LIBRE ET GUIDÉE DES ONDES ELECTROMAGNÉTIQUES. RAYONNEMENT. Exercices avec solutions et rappels de cours, par G. DUBOST. 1981, 240 pages.
- INITIATION A LA PHYSIQUE DU SOLIDE. Exercices commentés avec rappel de cours, par J. CAZAUX. 1981, 304 pages.
- EXERCICES ET PROBLÈMES D'AUTOMATIQUE. 54 énoncés et solutions niveau maîtrise E.I.A., par J. RAGOT et M. ROESCH. 1982, 272 pages.

### *Autres ouvrages*

- LES MÉTHODES RAPIDES DE TRANSFORMATION DU SIGNAL. Fourier, Walsh, Hadamard, Haar, par J. LIEBMAN. 2<sup>e</sup> édition (3<sup>e</sup> tirage). 1981, 208 pages.
- FONCTIONS ALÉATOIRES, par A. BLANC-LAPIERRE et B. PINCINBONO. *Collection technique et scientifique des télécommunications*. 1979, 272 pages.
- DÉCISIONS EN TRAITEMENT DU SIGNAL, par P. Y. ARQUES. 2<sup>e</sup> édition. 1982, 272 pages.
- INTRODUCTION A LA THÉORIE DE LA COMMUNICATION, par E. ROUBINI.  
**Tome 1** : Signaux non aléatoires. 2<sup>e</sup> édition, 1979, 238 pages.  
**Tome 2** : Signaux aléatoires. 2<sup>e</sup> édition, 1979, 160 pages.  
**Tome 3** : Théorie de l'information. 1970, 160 pages.
- MÉTHODES ET TECHNIQUES DE TRAITEMENT DU SIGNAL ET APPLICATION AUX MESURES PHYSIQUES, par J. MAX et collaborateurs.  
**Tome 1** : Principes généraux et méthodes classiques. 3<sup>e</sup> édition revue et augmentée, 1981, 308 pages.  
**Tome 2** : Appareillage. 3<sup>e</sup> édition revue et augmentée. 1981, 240 pages.
- RADARS BASES MODERNES, par CARPENTIER. 1981, 4<sup>e</sup> édition révisée et complétée, 328 pages.
- TRAITEMENT NUMÉRIQUE DU SIGNAL. Théorie et pratique, par M. BELLANGER. 1980, 380 pages.

C  
1668

# TRANSMISSION DE L'INFORMATION

## MÉTHODES MATHÉMATIQUES

PAR

**Kurt ARBENZ**

*Docteur ès Sciences  
Professeur à l'École Polytechnique Fédérale de Lausanne*

**Jean-Claude MARTIN**

*Ms., Ph.D.  
Docteur ès Sciences  
Ingénieur à la Compagnie Thomson-CSF*

**MASSON**

Paris New York Barcelone Milan  
Mexico Sao Paulo

1983





Tous droits de traduction, d'adaptation et de reproduction par tous procédés  
réservés pour tous pays

La loi du 11 mars 1957 n'autorisant, aux termes des alinéas 2 et 3 de l'article 41, d'une part, que les « copies ou reproductions strictement réservées à l'usage privé du copiste et non destinées à une utilisation collective » et, d'autre part, que les analyses et les courtes citations dans un but d'exemple et d'illustration, « toute représentation ou reproduction intégrale, ou partielle, faite sans le consentement de l'auteur ou de ses ayants droit ou ayants cause, est illicite » (alinéa 1<sup>er</sup> de l'article 40)

Cette représentation ou reproduction, par quelque procédé que ce soit, constituerait donc une contrefaçon sanctionnée par les articles 425 et suivants du Code pénal.

© Masson, Fribourg, 1983

ISBN : 2-880-36032-3 (Fribourg)

ISBN : 2-225-79068-X (Paris)

MASSON S.A.  
MASSON PUBLISHING USA Inc.  
TORAY MASSON S.A.  
MASSON ITALIA EDITORI S.p.A.  
MASSON EDITORES  
EDITORIA MASSON DO BRASIL Ltda

120, Bd. St-Germain, 75280 Paris Cedex 06  
133 East 58th Street, New York, N.Y. 10022  
Balmes 151, Barcelona 8  
Via Giovanni Pascoli 55, 20133, Milano  
Dakota 383, Colonia Napoles, Mexico 18 DF  
Rua Dr Cesario Motta Jr. 61, 01221 Sao Paulo S.P.

# Table des Matières

|                                                                                        | Pages |
|----------------------------------------------------------------------------------------|-------|
| AVANT-PROPOS . . . . .                                                                 | 9     |
| CHAPITRE 1. LE THÉOREME DU TRANSFERT MAXIMUM DE PUISSANCE . . . . .                    | 11    |
| <b>1.1 Lois élémentaires sur les circuits</b> . . . . .                                | 11    |
| 1.1.1 Régime permanent sinusoïdal . . . . .                                            | 12    |
| 1.1.2 Equations élémentaires . . . . .                                                 | 13    |
| 1.1.3 Puissance moyenne . . . . .                                                      | 14    |
| <b>1.2 Transfert maximal de puissance</b> . . . . .                                    | 15    |
| 1.2.1 Puissance fournie au circuit . . . . .                                           | 15    |
| 1.2.2 Impédance optimale de la charge . . . . .                                        | 16    |
| 1.2.3 Puissance maximale . . . . .                                                     | 17    |
| CHAPITRE 2. LES LIGNES DE TRANSMISSION . . . . .                                       |       |
| <b>2.1 Lignes de transmission bifilaires</b> . . . . .                                 | 18    |
| <b>2.2 Lignes sans perte</b> . . . . .                                                 | 22    |
| CHAPITRE 3. LES FONCTIONS DE BESSEL ET LE GUIDE D'ONDE CYLINDRIQUE . . . . .           | 23    |
| <b>3.1 L'équation différentielle de Bessel</b> . . . . .                               | 23    |
| 3.1.1 Cas où $\nu$ est un entier . . . . .                                             | 23    |
| 3.1.2 Cas où $\nu$ n'est pas un entier . . . . .                                       | 25    |
| 3.1.3 Solution générale de l'équation de Bessel . . . . .                              | 26    |
| <b>3.2 Le guide d'onde cylindrique</b> . . . . .                                       | 27    |
| 3.2.1 Modes de propagation . . . . .                                                   | 29    |
| <b>3.3 Guide d'onde circulaire</b> . . . . .                                           | 31    |
| CHAPITRE 4. LES FONCTIONS DE BESSEL APPLIQUÉES À LA MODULATION EXPONENTIELLE . . . . . | 34    |
| <b>4.1 Fonction génératrice des fonctions de Bessel</b> . . . . .                      | 34    |
| <b>4.2 Modulation exponentielle</b> . . . . .                                          | 37    |

|                                                                                                           | Pages |
|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------|-------|
| CHAPITRE 5. SYNTHÈSE DE LA DISTRIBUTION DE DOLPH-TCHEBYCHEFF POUR UN RÉSEAU LINÉAIRE D'ANTENNES . . . . . | 41    |
| 5.1 Introduction . . . . .                                                                                | 41    |
| 5.2 Illumination non uniforme d'un réseau linéaire . . . . .                                              | 44    |
| 5.3 Polynômes de Tchebycheff . . . . .                                                                    | 45    |
| 5.4 Distribution de Dolph-Tchebycheff . . . . .                                                           | 47    |
| 5.5 Exemple : réseau linéaire à 5 éléments . . . . .                                                      | 49    |
| CHAPITRE 6. RÉSEAUX D'ANTENNES CONTINUS . . . . .                                                         | 51    |
| 6.1 Antenne linéaire à illumination uniforme . . . . .                                                    | 51    |
| 6.2 Ouverture circulaire à illumination uniforme . . . . .                                                | 53    |
| 6.3 Illuminations non uniformes . . . . .                                                                 | 56    |
| 6.4 Principe de Huyghens . . . . .                                                                        | 57    |
| CHAPITRE 7. SYNTHÈSE DU FILTRE DE TCHEBYCHEFF . . . . .                                                   | 59    |
| 7.1 Les systèmes linéaires . . . . .                                                                      | 59    |
| 7.1.1 Réponses d'un filtre . . . . .                                                                      | 60    |
| 7.1.2 Fonction de transfert . . . . .                                                                     | 60    |
| 7.1.3 Réponse impulsionnelle . . . . .                                                                    | 61    |
| 7.1.4 Réponse harmonique . . . . .                                                                        | 61    |
| 7.2 Filtre passe-bas idéal . . . . .                                                                      | 63    |
| 7.3 Filtre passe-bas de Tchebycheff . . . . .                                                             | 65    |
| 7.4 Réalisation physique du filtre de Tchebycheff . . . . .                                               | 69    |
| CHAPITRE 8. MODULATION D'AMPLITUDE À BANDE LATÉRALE UNIQUE ET TRANSFORMATION DE HILBERT . . . . .         | 71    |
| 8.1 Représentation spectrale d'un signal . . . . .                                                        | 71    |
| 8.2 Modulation d'amplitude . . . . .                                                                      | 73    |
| 8.3 Circuit de déphasage de $\pi/2$ . . . . .                                                             | 74    |
| 8.4 Modulation d'amplitude à bande latérale unique (B.L.U.) . . . . .                                     | 76    |
| 8.5 Transformation de Hilbert . . . . .                                                                   | 77    |
| 8.6 Signaux causaux . . . . .                                                                             | 81    |
| CHAPITRE 9. DÉTECTION OPTIMALE D'UN SIGNAL EN PRÉSENCE DE BRUIT : LE FILTRE ADAPTÉ . . . . .              | 83    |
| 9.1 Fonction d'autocorrélation . . . . .                                                                  | 83    |
| 9.1.1 Inégalité de Schwarz . . . . .                                                                      | 83    |

|                                                                                                              | Pages      |
|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------|------------|
| 9.1.2 Fonctions de corrélation . . . . .                                                                     | 84         |
| 9.1.3 Fonction d'autocorrélation d'un signal filtré . . . . .                                                | 85         |
| <b>9.2 Optimalité du filtre adapté . . . . .</b>                                                             | <b>86</b>  |
| 9.2.1 Le filtre adapté . . . . .                                                                             | 86         |
| 9.2.2 Le bruit blanc . . . . .                                                                               | 87         |
| 9.2.3 Propriété d'optimalité du filtre adapté . . . . .                                                      | 88         |
| <br>                                                                                                         |            |
| <b>CHAPITRE 10. LES INTÉGRALES DE FRESNEL APPLIQUÉES À LA<br/>MODULATION DE FRÉQUENCE LINEAIRE . . . . .</b> | <b>91</b>  |
| <br>                                                                                                         |            |
| <b>10.1 Les intégrales de Fresnel . . . . .</b>                                                              | <b>91</b>  |
| <b>10.2 Modulation de fréquence linéaire . . . . .</b>                                                       | <b>94</b>  |
| 10.2.1 Fonction d'autocorrélation . . . . .                                                                  | 96         |
| 10.2.2 Compression d'impulsion . . . . .                                                                     | 98         |
| <br>                                                                                                         |            |
| <b>CHAPITRE 11. ÉCHANTILLONNAGE D'UN SIGNAL CONTINU . . . . .</b>                                            | <b>101</b> |
| <br>                                                                                                         |            |
| <b>11.1 Echantillonnage . . . . .</b>                                                                        | <b>101</b> |
| 11.1.1 Fonction delta périodique . . . . .                                                                   | 101        |
| 11.1.2 Echantillonnage d'une fonction . . . . .                                                              | 102        |
| <b>11.2 Théorème d'échantillonnage . . . . .</b>                                                             | <b>103</b> |
| 11.2.1 Spectre d'un signal échantillonné . . . . .                                                           | 104        |
| 11.2.2 Critère d'échantillonnage . . . . .                                                                   | 104        |
| <b>11.3 Formule d'interpolation dans le temps . . . . .</b>                                                  | <b>105</b> |
| <b>11.4 Application technique : système analogique à multiplexage tem-<br/>porel . . . . .</b>               | <b>107</b> |
| <br>                                                                                                         |            |
| <b>CHAPITRE 12. TRANSFORMÉE DE FOURIER DISCRÈTE . . . . .</b>                                                | <b>109</b> |
| <br>                                                                                                         |            |
| <b>12.1 Transformations de Fourier discrètes . . . . .</b>                                                   | <b>109</b> |
| 12.1.1 Transformation discrète . . . . .                                                                     | 109        |
| 12.1.2 Transformation inverse . . . . .                                                                      | 110        |
| 12.1.3 Remarques . . . . .                                                                                   | 111        |
| 12.1.4 Interpolation trigonométrique . . . . .                                                               | 111        |
| <b>12.2 Propriétés particulières . . . . .</b>                                                               | <b>112</b> |
| 12.2.1 Théorème de convolution . . . . .                                                                     | 112        |
| 12.2.2 Filtrage d'un signal . . . . .                                                                        | 113        |
| 12.2.3 Fonction de corrélation . . . . .                                                                     | 115        |
| <b>12.3 Applications . . . . .</b>                                                                           | <b>116</b> |

|                                                                                           | Pages   |
|-------------------------------------------------------------------------------------------|---------|
| CHAPITRE 13. LA TRANSFORMÉE EN Z APPLIQUÉE AU REGISTRE<br>A DÉCALAGE À RÉACTION . . . . . | 117     |
| <b>13.1 Transformée en Z</b> . . . . .                                                    | 117     |
| 13.1.1 Exemples . . . . .                                                                 | 118     |
| 13.1.2 Propriétés du décalage . . . . .                                                   | 119     |
| 13.1.3 Résumé . . . . .                                                                   | 120     |
| <b>13.2 Le registre à décalage à réaction</b> . . . . .                                   | 121     |
| <b>13.3 Séquences de longueurs maximales</b> . . . . .                                    | 122     |
| 13.3.1 Application de la transformée en z . . . . .                                       | 123     |
| 13.3.2 Conditions de maximalité pour les séquences . . . . .                              | 124     |
| <b>13.4 Propriétés de corrélation d'un cycle de longueur maximale</b> . . . . .           | 125     |
| <b>13.5 Application au multiplexage.</b> . . . . .                                        | 127     |
| <br>BIBLIOGRAPHIE . . . . .                                                               | <br>128 |
| <br>INDEX . . . . .                                                                       | <br>129 |