



N° d'ordre :

UNIVERSITE DE M'SILA

FACULTE DES MATHÉMATIQUES ET DE L'INFORMATIQUE

Département de Mathématiques

MEMOIRE

Présenté pour l'obtention du diplôme de Magistère

Spécialité : Mathématiques

Option : Analyse Fonctionnelle et Numérique

Par :

KHIRANI AMINA

SUJET

RESOLUTION DES EQUATIONS INTEGRALES NON LINEAIRES TYPE VOLTERRA

Soutenu publiquement le : 30/06/2011 devant le jury composé de :

Mr. Nordine BENHAMIDOUCHE	Prof. Université de M'sila	Président
Mr. Mostefa NADIR	Prof. Université de M'sila	Rapporteur
Mr. Madani MOUSSAÏ	Prof. Université de M'sila	Examineur
Mr. Naceurdine BENSALAM	Prof. Université de Setif	Examineur

Promotion : 2008/2009

Dédicace

*Je dédie ce modeste travail
A mes très chers parents
Mon mari et à ma petite Meriem
A mes frères, mes sœurs et mes amies*

REMERCIEMENTS

Premièrement et particulièrement, je tiens à remercier vivement mon promoteur Mr Mostefa NADIR pour sa guidance et son soutien indéfectible durant la préparation de ce mémoire, dès le début sa confiance à mon égard et à mon travail m'a donnée une énergie et une inspiration de soulever toutes les difficultés.

Ma sincère reconnaissance à tous les membres du jury pour l'honneur qu'ils me font en acceptant de présider et examiner ce travail.

Noureddine BENHAMIDOUCHE, Professeur à l'Université de M'SIL

Madani. MOUSSAÏ, Professeur à l'Université de MSILA

Nacereddine BENSALÉM, Professeur à l'Université de SETIF

Par ailleurs, mes remerciements s'adressent aussi à de nombreux professeurs qui ont eu pour moi, une importance certaine de ma formation et à tous les membres du département des mathématiques.

Je remercie également ceux qui m'ont aidé de près ou loin à réaliser ce travail.

Résumé

Considérons l'équation non linéaire classique de Volterra où le noyau et le deuxième membre sont continus dans leur domaine de définition, sans compter que le noyau est borné.

Dans ces conditions il existe au moins une solution continue de cette équation sur l'intervalle entier de la définition.

Dans ce mémoire on a fait une étude large sur ce phénomène et sur la résolution numérique.

Abstract

Let us consider the classical non-linear Volterra equation where the kernel and the second member are continuous in their domain of definition, besides the kernel is bounded.

Under those conditions there exists at least one continuous solution of this equation on the whole interval of definition.

I did a wide study of this phenomenon and i realized it numerically.

Table des matières

INTRODUCTION GENERALE	1
1 INTRODUCTION A LA THEORIE DES OPERATEURS	
COMPACTS 3	
1.1 Compacité (Rappel)	3
1.2 Compacité dans $C(G)$	4
1.3 Opérateurs compacts	5
1.4 Opérateurs intégraux	7
1.5 Opérateurs produits	13
2 EQUATIONS INTEGRALES	14
2.1 Introduction à la théorie des équations intégrales	14
2.2 Classification des équation intégrales	17
2.3 Equations à noyau compact	19
3 EQUATIONS INTEGRALES LINEAIRES DE VOLTERRA	34
3.1 Existence et unicité d la solution de liquation de Volterra	34
3.1.1 Introduction à la théorie du point fixe	34
3.2 Liaison entre les équations différentielle et les équations intégrales de Volterra	40
3.3 Résolution numérique des équations intégrales linéaires de Volterra 42	
3.4 Comparaison entre la solution approchée et la solution exacte	44
3.4.1 Exemple 1	44
3.4.2 Exemple 2	46
3.4.3 Exemple 3	48

4 RESOLUTION DES EQUATIONS INTEGRALES NON LINEAIRES DE VOLTERRA	50
4.1 Le principe de contraction de Banach	50
4.1.1 Théorème de Banach	51
4.1.2 Domaine élémentaire d'invariance	53
4.1.3 Extension du théorème de Banach	55
4.1.4 Théorèmes du point fixe dans un espace partiellement or- donné	59
4.1.5 Ordre partiel dans les espaces métriques complets	62
4.2 Quelques applications	63
4.2.1 Application du principe sur les fonctions non - expansives	63
4.2.2 Application sur les équations intégrales non linéaires de Volterra	67
4.3 Résolution numérique des EINLVs	70
4.4 Comparaison entre la solution approchée et la solution exacte	72
4.4.1 Exemple 1	72
4.4.2 Exemple 2	74
 CONCLUSION GENERALE	 76
BIBLIOGRAPHIE	77

NOTATIONS

$C([a, b])$	L'espace des fonctions continue sur l'intervalle $[a, b]$
$[a, b]$	Intervalle réel
φ	Fonction inconnue
φ^*	Solution approximée
A	Opérateur linéaire
H	Espace de Hilbert
X	Espace normé
I	Opérateur d'identité
$K(x, y)$	Noyau de l'intégrale
T	Opérateur linéaire compact
$KerT$	Le noyau de l'opérateur T , $KerT = \{\varphi / T\varphi = 0\}$
$Im T$	L'image de l'opérateur T , $Im T = \{\psi / \psi = T\varphi\}$
T^{-1}	L'inverse de l'opérateur
T	Opérateur Linéaire ou $T = I - A$.
EILV	Equations Intégrales Linéaire de Volterra
EINLV	Equations Intégrales Non Linéaire de Volterra