



N° d'ordre:

UNIVERSITE DE M'SILA

FACULTE DES MATHEMATIQUES ET DE L'INFORMATIQUE

Département De Mathématiques

MEMOIRE

Présenté pour l'obtention du diplôme de Magistère

Filière : Mathématiques

Option : Analyse Fonctionnelle et Numérique

Par

HERAIZ Toufik

Sujet

Sur
l'étude des opérateurs
semi réguliers

Soutenu publiquement le 08/06/2011 devant le jury composé de:

Mr: BOUDERAH Brahim

Mr: NADIR Mostefa

Mr: BENHAMIDOUCHE Nouredine

Mr: BENSALAM Naceureddine

Professeur, Univ. de M'sila

Professeur, Univ. de M'sila

Professeur, Univ. de M'sila

Professeur, Univ. de Sétif

Président

Rapporteur

Examineur

Examineur

Promotion : 2007/2008

Remerciement

Ce travail a été réalisé au département de Mathématiques de l'université de M'sila.

Je tiens à présenter mes remerciements les plus distingués et ma profonde reconnaissance à celui qui m'a engagé au monde de la recherche scientifique, mon rapporteur Pr ; NADIR. M.

Aussi, j'adresse mes plus sincères remerciements au Pr ; BOUDERAH.B, Pr ; BENHAMIDOUCHEN, et Pr ; BENSALÉM.N, d'avoir accepté d'examiner ce travail.

J'exprime ma gratitude à tous ceux qui m'ont aidé à réaliser ce mémoire (HAMIDI.K, DAHIA.#, TALLAB.A, BOURAS.Y, KETFI.R, DAHMANI.A, MILI.Z, SAMIR.#, BRAHIMI.M, et GUECHI.#).

En fin, je voudrais remercier mes parents, toute ma famille, sans oublier mes amis pour leur soutien moral et financier lors des années d'étude.

Table des matières

0.1	Introduction	3
1	Préliminaire	5
1.1	Généralités sur les opérateurs linéaires	6
1.2	Prolongement, somme et composition des opérateurs	7
1.3	L'opérateur quotient	8
1.4	Opérateurs Bornés	8
1.5	Opérateurs fermés	9
1.6	Opérateurs adjoints	10
1.7	Opérateur compact	11
2	L'opérateur normalement solvable	14
2.1	La solvabilité normale	15
2.2	Théorème de l'image fermée	15
2.3	Conditions nécessaires pour la solvabilité normale	15
3	L'opérateur semi régulier	19
3.1	Les noyaux itérés et les images itérées	20
3.1.1	L'ascente et la descente	20
3.1.2	L'opérateur $(I - A)$ où A est compact	24
3.1.3	L'ascente et la descente finies	29
3.2	L'opérateur semi régulier	31

3.3	Le module minimal réduit à T (La conorme)	32
3.4	Le spectre semi régulier	37
3.5	L'opérateur essentiellement semi régulier	37
3.6	Le noyau algébrique	38
3.7	Le noyau analytique	41
3.8	Conditions nécessaire pour la semi régularité	42
3.9	Composition des opérateurs semi réguliers	46
3.10	Conclusion	48