



N° d'ordre:

UNIVERSITE DE M'SILA

FACULTE DES SCIENCES ET SCIENCES DE L'INGENIEUR

Département De Mathématiques

MEMOIRE

Présenté pour l'obtention du diplôme de Magister

Spécialité : Mathématiques

Option : Mathématiques Appliquées

Par

Chougui Nadhir

SUJET

Analyse Variationnelle et Numérique de Quelques Problèmes de Contact avec Frottement et Adhésion

Soutenu publiquement le 20/01/2010 devant le jury composé de:

Naceurdine	BENSALEM	Professeur	UFA (Sétif)	Président
Salah	DRABLA	Professeur	UFA (Sétif)	Rapporteur
Norddine	BENHAMIDOUCHE	Professeur	U.M'Sila	Examineur
Nacereddine	HEMICI	MC	UFA (Sétif)	Examineur
Hamid	BENSERIDI	MC	UFA (Sétif)	Examineur

Promotion : 2006/2007

Résumé

Ce mémoire est destiné à l'étude variationnelle et numérique de quelques problèmes de contact unilatéral, avec adhésion et avec adhésion et frottement, entre un corps déformable et une base rigide ou déformable. Nous étudions des processus quasi-statiques pour des matériaux élastiques et viscoélastiques sous l'hypothèse des petites transformations. Les résultats obtenus concernent l'existence et l'unicité des solutions faibles dans l'étude variationnelle et l'estimation d'erreur dans l'étude numérique. Le mémoire est partitionné en trois chapitres. Le premier chapitre est consacré à l'étude variationnelle et numérique d'un problème de contact avec adhésion entre un corps élastique et une base rigide. Le deuxième chapitre est destiné à l'étude variationnelle d'un problème de contact avec adhésion et frottement entre un corps élastique et une base rigide. Le dernier chapitre est dédié à l'étude variationnelle d'un problème de contact avec adhésion et frottement entre un corps viscoélastique et une base déformable. Enfin, on présente une annexe comprenant les outils nécessaires pour la réalisation de ce mémoire.

Mots-clés

Elasticité, viscoélasticité, contact unilatéral, compliance normale, adhésion, frottement de coulomb, inéquation quasi-variationnelle, solution faible, point fixe, approximation variationnelle.

Abstract

The aim of this memorandum is the variational and numerical analysis of some boundary unilateral contact problems, with adhesion and then adhesion and friction, between a body and a rigid or deformable foundation. We study the quasi-static processes for elastic and viscoelastic materials in a case of light transformation.

The results we get concern the existence and uniqueness of weak solutions in the variational study and the numerical analysis of error estimates in numerical study. This memorandum is divided into three chapters. The first chapter is dedicated a variational and numerical study of the contact problem with adhesion between a body and a rigid foundation. The second chapter is destined to a variational study of the contact problem with adhesion and friction between an elastic body and a rigid foundation. The last chapter is intended to a variational study of the contact problem with normal compliance, adhesion and friction. At last, we present an appendix including necessary tools for the realization of this work.

Key words

Elasticity, viscoelasticity, unilateral contact, normal compliance, adhesion, Coulomb's friction, quasi-variational inequality, weak solution, fixed point, variational approximation.

ملخص:

الهدف من هذه المنكرة هو التحليل التغيري و العددي لبعض المسائل في التماس أحادي الجانب، بالتصاق أو بالتصاق و احتكاك، بين جسم قابل للتشويه و قاعدة صلبة أو قابلة للتشويه. ندرس سلوك شبه سكوني لمواد إيلاستيكية أو فيسكوإيلاستيكية في حالة تشويه طفيف. النتائج المحصل عليها تخص وجود ووحداية الحلول الضعيفة في الدراسة التغيرية و تقييم الخطأ في الدراسة العددية. المنكرة مقسمة إلى ثلاثة فصول. الفصل الأول مخصص للدراسة التغيرية و العددية لمسألة تماس مع التصاق بين جسم إيلاستيكي و قاعدة صلبة. الفصل الثاني موجه للدراسة التغيرية لمسألة تماس مع التصاق و احتكاك بين جسم إيلاستيكي و قاعدة صلبة. الفصل الأخير موجه للدراسة التغيرية لمسألة تماس مع التصاق، احتكاك و استجابة عادية بين جسم فيسكو إيلاستيكي و قاعدة قابلة للتشويه. أخيرا، نقدم ملحقا يتضمن الأدوات اللازمة لإنجاز هذه المنكرة.

الكلمات المفتاحية :

إيلاستيكية، فيسكوإيلاستيكية، تماس أحادي الجانب، استجابة عادية، التصاق، احتكاك كولومب، متباينة تغيرية، الحل الضعيف، النقطة الصامدة، تقريب تغيري.

Table des matières

Introduction	3
Notations principales	5
I ETUDE D'UN PROBLEME ELASTIQUE AVEC ADHESION	7
1.1 Position du problème et hypothèses	7
1.2 Formulation variationnelle	12
1.3 Résultats d'existence et d'unicité	13
1.4 Approximation variationnelle	21
1.4.1 Approximation semi-discrète	21
1.4.2 Approximation complète	27
1.5 Analyse de la convergence	31
II ANALYSE VARIATIONNELLE D'UN PROBLEME ELASTIQUE AVEC FROTTEMENT ET ADHESION	33
2.1 Position du problème mécanique et hypothèses	33
2.2 Formulation variationnelle du problème P	37
2.3 Résultats d'existence et d'unicité	41
III ANALYSE VARIATIONNELLE D'UN PROBLEME VISCOE- LASTIQUE AVEC COMPLIANCE NORMALE, FROTTEMENT ET ADHESION	51
3.1 Position du problème mécanique et hypothèses	51
3.2 Formulation variationnelle du problème P	56
3.3 Résultats d'existence et d'unicité	58
IV RAPPELS DE LA MECANIQUE DES MILIEUX CONTINUS	66
A Préliminaires et modèles	67

A.1	Notations et conventions	67
A.2	Modèle mathématique	68
A.3	Lois de comportement	69
A.4	Conditions aux limites de contact	70
B	Espaces fonctionnels	74
B.1	Espaces de Sobolev	74
B.2	Espaces des fonctions à valeurs vectorielles	75
C	Analyse non linéaire dans les espaces de Hilbert	78
C.1	Rappels sur les espaces de Hilbert	78
C.2	Fonctions convexe et semi-continuité inférieure	81
C.3	Différentiabilité et sous différentiabilité	82
C.4	Inéquations variationnelles elliptiques	83
D	Compléments dévers	84
E	Approximation variationnelle	86
	Bibliographie	87