N° d'ordre :

UNIVERSITE DE M'SILA
FACULTÉ DES SCIENCES ET SCIENCES DE L'INGÉNIEUR

Département de Mathématiques

MEMOIRE

Présenté pour l'obtention du diplôme de Magister

Spécialité : *Mathématiques*
Option : *Analyse Fonctionnelle*

Par

SEGHIRI FAKHREDDINE

SUJET

FACTORISATION DES OPÉRATEURS NON LINEAIRES À VALEURS DANS L'ESPACE L_0 PAR DES ESPACES FONCTIONNELS

Soutenu publiquement le 29/04/09 devant le jury composé de :

Mr. B. BOUDERAH	Prof. Université de M'SILA	Président
Mr. L. MEZRAG	Prof. Université de M'SILA	Rapporteur
Mr. A. ZIADI	Prof. Université de SETIF	Examinateur
Mr. D. ACHOUR	M.C. Université de M'SILA	Examinateur

Résumé

Cette thèse s'inscrit dans la problématique des théorèmes de factorisation des opérateurs non linéaires, en particulier dans le sens de déterminer les conditions nécessaires et suffisantes d'une généralisation des opérateurs linéaires aux opérateurs sous linéaires et quasi linéaires.

Plusieurs études ont abordé les problèmes de factorisation des opérateurs linéaires à valeur dans l'espace de fonction L_0 par un espace fonctionnel, parmi ces espaces on trouve l'espace de Lebesgue L_p et l'espace $L_{p,\infty}$.

Le travail principale de cette thèse est d'essayer de généraliser quelques travaux déjà faits sur les théorèmes de factorisation. D'une part on généralise l'espace de Lebesgue et l'espace $L_{p,\infty}$ à des espaces fonctionnels classiques comme celui d'Orlicz avec sa fonction de Young, à l'espace de Lorentz classique et aussi pour l'espace d'Orlicz-Lorentz. D'autre part on va voir sous quelle condition le passage (la généralisation) d'un opérateur linéaire à un sous linéaire (ou à un quasi linéaire) reste vrai.

Pour cela, nous avons utilisé des outils donnés dans la première partie de cette thèse concernant la géométrie des espaces quasi-Banach et les opérateurs sous linéaires et quasi linéaires et à l'aide de concept des ensembles définis en termes d'espaces fonctionnels de suites.

La généralisation de quelques théorèmes de factorisation de Maurey

$$\begin{tikzcd} X \arrow[rr, "u"] \arrow[dr, "\tilde{u}"'] & & L_0(\Omega,\mu) \\ & L_p\,(\Omega,\mu) \arrow[ur, "M_g"'] & \end{tikzcd}$$

où $\tilde{u}$ est un opérateur linéaire continu de X dans $L_p\,(\Omega,\mu)$, et M_g désigne l'opérateur de multiplication par une fonction mesurable g), sera le but de la deuxième partie de cette thèse. on essaie de voir s'il ya une possibilité d'une telle

généralisation à l'espace d'Orlicz L_φ avec φ une fonction de Young, en d'autre terme on a un factorisation de la manière suivante

$$\begin{tikzcd} X \arrow[rr, "u"] \arrow[dr, "\tilde{u}"'] & & L_0(\Omega,\mu) \\ & L_\varphi(\Omega,\mu) \arrow[ur, "M_g"'] & \end{tikzcd}$$

Aussi la généralisation de théorème de Nikishin pour les opérateur linéaires

$$X \xrightarrow{\tilde{u}} L_{p,\infty}(\Omega,\mu) \xrightarrow{M_g} L_0(\Omega,\mu)$$

ainsi que celle de Wojtaszczyk pour les opérateurs quasi linéaires qui sera le contenu de la troisième partie, où on généralise l'espace $L_{p,\infty}$ (L_p - faible) à l'espace classique de Lorentz $\Lambda_p(\omega)$ avec ω un poids, on réalise la factorisation suivante

$$\begin{tikzcd} X \arrow[rr, "u"] \arrow[dr, "\tilde{u}"'] & & L_0(\Omega,\mu) \\ & \Lambda_p(\omega) \arrow[ur, "M_g"'] & \end{tikzcd}$$

De la deuxième et la troisième partie on va essayer de voir une généralisation à l'espace d'Orlicz-Lorentz $\Lambda_{\omega,\varphi}$, en d'autre terme

$$\begin{tikzcd} X \arrow[rr, "u"] \arrow[dr, "\tilde{u}"'] & & L_0(\Omega,\mu) \\ & \Lambda_{\omega,\varphi}(\Omega,\mu) \arrow[ur, "M_g"'] & \end{tikzcd}$$

AMS classification: 46B40, 46B42, 47B60, 47B65.

Mots clés: factorisation, fonction de Young, espace d'Orlicz, espace de Lorentz, espace Lorentz-Orlicz , opérateur sous-linéaire, opérateur quasi-linéaire.

Table des matières