



**UNIVERSITE DE M'SILA**

**FACULTE DES SCIENCES ET SCIENCES DE  
L'INGENIEUR**

**Département De Mathématiques**

**MEMOIRE**

**Présenté pour l'obtention du diplôme de Magister**

**Spécialité : Mathématiques**

**Option : Analyse Fonctionnelle et Numérique**

**Par**

**Amar BEN DJABRI**

**SUJET**

# **Sur Les Opérateurs Inverses Généralisés**

**Soutenu publiquement le : ..... devant le jury composé de :**

- |                         |                                 |            |
|-------------------------|---------------------------------|------------|
| • BRAHIM BOUDERAH       | Professeur université de M'sila | Président  |
| • MOSTEFA NADIR         | Professeur université de M'sila | Rapporteur |
| • BOUDAOUED Abdelmadjid | Professeur université de M'sila | Examineur  |
| • BELABASSI YOUCEF      | M.C.A université de Laghouat    | Examineur  |

**Promotion : 2006/2007**

## Sommaire

<b>Introduction</b> .....	01
<b>Chapitre I : Les opérateurs bornés</b> .....	03
Prolongement d'un opérateur borné .....	03
<i>L'inversibilité d'un opérateur borné</i> .....	05
Théorèmes de Banach , graphe fermé , Steinhaus .....	06
L'inversibilité de l'opérateur $(A - I)$ .....	07
LES OPÉRATEURS LINÉAIRES BORNÉS dans l'espace de HILBERT .....	07
L'opérateur adjoint .....	07
Le spectre d'un opérateur linéaire borné .....	09
<b>Chapitre II : les opérateurs compacts</b> .....	12
L'opérateur de rang fini .....	15
L'adjoint d'un opérateur compact .....	16
<b>Chapitre III : Problèmes des moindres carrés</b>	18
La continuité de l'inverse .....	19
Théorème de la projection .....	20
L'unicité du problème de moindre carré .....	25
L'existence du problème de moindres carrés .....	26
La solution d'une norme minimale .....	28
La décomposition en valeurs singulières .....	30
Application de la S V D aux problèmes de moindres carrés .....	36
Développement en valeurs singulières des opérateurs compacts .....	38
Application de la S V E aux problèmes des moindres carrés.....	44
<b>Chapitre IV La méthode de Tikhonov</b> .....	47
Introduction .....	47
La méthode de Tikhonov .....	47
Proposition .....	50
Théorème .....	53
Proposition.....	57
Conclusion.....	61
<b>Résumé</b> .....	62
<b>Bibliographie</b> .....	63

الهدف الرئيسي لهذه المذكرة هو دراسة المؤثرات المقلوبة و المعممة حيث قمنا بالبحث عن الحل التقريبي للمسألة  $Ax=Z$  في فضاءات هيلبرتية و  $A$  مؤثر محدود. وكذلك استعملنا طريقة تيخونوف للبحث عن الحل التقريبي .  
الكلمات مفاتيح: المؤثرات المحدودة، المؤثرات المتراسة.

## Résumé

L'objectif principal de ce travail est l'étude des Opérateurs inverses généralisés, de plus nous avons cherché la solution approchée du problème  $Ax = Z$  dans des espaces de Hilbert avec  $A$  un Opérateur linéaire borné, nous avons également utilisé la méthode de Tikhonov pour trouver la solution approchée.

## Abstract

The principal objective of this work is the study of generalized inverses approximation operators .we have researched on the solution of the problem  $Ax = Z$  in Hilbert space with  $A$  is a bonded operator .we have also used the Tikhonov method to find the solution.