

REPUBLIQUE ALGERIENNE DEMOCRATIQUE ET
POPULAIRE
MINISTERE DE L'ENSEIGNEMENT SUPERIEUR ET DE LA RECHERCHE
SCIENTIFIQUE
UNIVERSITE DE BATNA
FACULTE DES SCIENCES
DEPARTEMENT DE MATHEMATIQUES

THESE

Présentée pour obtenir le diplôme de DOCTORAT EN
SCIENCES

Option : Mathématiques pures

par

LOMBARKIA Farida

THEME

Sur l'image et le noyau d'une dérivation généralisée

Soutenue le 14/04/2010 devant le Jury composé de :

Président : A. Benbernou, Professeur Université de Mostaganem

Rapporteur : A. Bachir, Maître de conférences Université de Abha

Examineur : B. Bendoukha, Professeur Université de Mostaganem

Examineur : S. Guedjiba, Maître de conférences Université de Batna

Examineur : S. E. Rebiai, Professeur Université de Batna

Examineur : M. Nadir, Professeur Université de M'sila

Remerciements

Je remercie vivement le Docteur Ahmed Bachir qui a assuré la direction de ce travail avec amabilité et compétence. Qu'il veuille bien trouver ici l'expression de ma très profonde gratitude. J'exprime mes vifs remerciements au professeur A. Benbernou pour m'avoir fait l'honneur d'accepter de présider le jury de cette thèse. Je tiens à remercier les professeurs S. E. Rebiai, B. Bendoukha, M. Nadir et le Docteur S. Guedjiba pour avoir accepté de participer au jury de cette thèse et pour l'intérêt qu'ils ont porté à ce travail. Je remercie mes collègues du département de mathématiques de la faculté des sciences de Batna. Je leur exprime ma profonde sympathie. Enfin mes remerciements vont à ma famille, mes amies et tous ceux qui m'ont soutenu durant l'élaboration de ce travail.

Table des matières

0	Introduction	4
0.1	Terminologie	7
1	Préliminaires	10
1.1	Rappels et notations	10
1.2	La transformation d'Aluthge des opérateurs p -hyponormaux et log-hyponormaux	16
1.3	La propriété de l'extension unique	20
2	Le Théorème généralisé de Weyl pour $d_{A,B}$	22
2.1	Introduction	22
2.2	Le théorème généralisé de Weyl pour l'opérateur $d_{A,B}$ avec A et B^* log-hyponormaux	23
2.3	La propriété (gw) pour l'opérateur $d_{A,B}$	29
3	Le théorème de Fuglede-Putnam	38
3.1	Introduction	38
3.2	Le théorème de Fuglede-Putnam pour les opérateurs w -hyponormaux	39
3.3	Orthogonalité de l'image et du noyau de $\delta_{A,B}$	45
4	Exemples sur les Classes d'opérateurs	47
4.1	Introduction	47
4.2	Les opérateurs log - et p -hyponormaux	48
5	Appendices	51
5.1	Propriété de l'extension unique	51

<i>TABLE DES MATIÈRES</i>	3
5.2 Propriété (GW)	54
5.3 Symboles et Notations	58
Bibliographie	60