



N° d'ordre

UNIVERSITE DE M'SILA  
FACULTE DES SCIENCES ET DES SCIENCES DE L'INGENIEUR.

Département de Mathématiques

MEMOIRE

Présenté pour l'obtention du diplôme de Magister

Spécialité : Mathématiques

Option : Analyse Fonctionnelle et Numérique

P a r

Soraya BENKHELIFA

SUJET

**Quelques Propriétés pour l'opérateur de composition  
sur les espaces de Besov**

Soutenu le 21/04 /2009..... devant le jury composé de:

B. BOUDERAH	Prof. Université de M'sila	Président
M. MOUSSAI	Prof. Université de M'sila	Rapporteur
A. BERBOUCHA	M. C. Université de Bejaia	Examineur
A. DAHMANI	Prof. Université de Bejaia	Examineur
M. NADIR	Prof. Université de M'sila	Examineur

Promotion : 2007/2008

## SOMMAIRE

	page
-Notations .	
-Introduction .	
-Chapitre I : Préparations. ....	05
1- Série de Littlewood-Paley . ....	05
1-1-Décomposition de Littlewood-Paley . ....	05
2- Espace de Besov .....07	
2-1- Définition .....07	
2-2-Quelques propositions . .... 07	
3- Normes équivalentes . ....08	
4- Inégalités de Hölder , Young et Bernstein .....08	
4-1- Inégalité de Hölder . .... 08	
4-2-Inégalité de Young . .... 09	
4-3-Inégalité de Bernstein . ....10	
5- Espace $BV_p$ . ....11	
5-1-Fonctions p-variations bornées. .... 11	
5-2-Espace de primitives des fonctions p-variations bornées.....13	
6- Exemples des fonctions dans $B_{p,q}^s$ . ....14	
-Chapitre II : La composition en dimension 1.....16	
1- Théorème de composition en dimension 1.....16	
2- Préparation . ....16	
2-1- Une version maximale de norme de Besov . ....16	

2-2- Quelques remarques .	16
2-3-Proposition de Bourdaud et sa preuve	17
3- Démonstration du théorème de composition en dimension 1.....	19
3-1- Le cas $m = 1$ .	19
3-2-Le cas $m > 1$ .	22
4- Le cas $0 \leq s - [s] \leq \frac{1}{p}$ ( théorème <i>II - 7</i> ).	24
4-1- Théorème <i>II - 7</i> .	24
4-2- Démonstration du théorème <i>II - 7</i> .	24
<b>-Chapitre III : La composition en dimension <math>n</math></b>	<b>35</b>
1- Lemmes de préparations	35
2- L'interpolation non linéaire dans l'espace de Besov	37
4- Théorème de composition en dimension $n$ et sa preuve	39
<b>-Chapitre IV : Propriétés de la fonction caractéristique</b>	
dans les Besov homogènes	42
1- Rappel sur les espaces de Besov homogènes .	42
2- Réalisation des espaces de Besov homogènes	43
3- Exemple d'un espace de Besov homogène ( $B_{1,\infty}^1(\mathbb{R}^n)$ ).....	45
4- Comparaison des normes $BV$ et $B_{1,\infty}^1$ .	48
<b>-Annexe .</b>	<b>51</b>
<b>-Bibliographie .</b>	