REPUBLIQUE ALGERIENNE DEMOCRATIQUE ET POPULAIRE

MINISTERE DE L'ENSEIGNEMENT SUPERIEUR ET DE LA RECHERCHE SCIENTIFIQUE

UNIVERSITE MOHAMED KHIDER- BISKRA
*FACULTE DES SCIENCES ET SCIENCES DE L INGENIEUR*
*DEPARTEMENT DE MATHEMATIQUES*

# THESE POUR OBTENIR LE TITRE DE DOCTORAT EN MATHEMATIQUES

Option: Mathématiques Appliquées

Sur le thème

## Introduction de la méthode quadratique intégrale généralisée (QIG) et optimisation par essaim de particules (OEP) dans le traitement des solutions des équations intégrales linéaires et non linéaires

Présentée par

**Naceur Khelil**

Devant le jury composé de:

| | | |
|---|---|---|
| M A. Zerarka, | Professeur (Université de Biskra): | Directeur |
| M N. Abdelhakim, | Professeur (Université de Biskra): | Président |
| M L. Djeffal, | Maître de Conf (Université de Batna): | Examinateur |
| M S. Guedjiba, | Maître de Conf (Université de Batna): | Examinateur |
| M K. Melkmi, | Maître de Conf (Université de Biskra): | Examinateur |

**Année 2007/2008**

# Table des matières

# Introduction générale

**Résumé**

La théorie de l'interpolation constitue un domaine de recherche très actif de mathématiques et, elle est omni présente dans plusieurs branches et sciences de l'ingénieur, comme l'analyse numérique et les méthodes de résolution des équations aux dérivées partielles, l'image médicale, le traitement de signal, et l'intelligence artificielle. Le problème fondamental de la théorie de l'interpolation est d'approximer une fonction donnée par une fonction plus simple, plus facile qui se trouve dans un autre espace, dit d'approximation engendré par un ensemble de fonctions de base. Une supposition souvent faite est que les valeurs de la fonction sont sues à quelques points a priori, alors la fonction approximative est construite de ces renseignements. Typiquement, méthodes de l'interpolation classiques (approximation à base de polynômes); construire la fonction approximative passant parfaitement par les points à partir d'une combinaison linéaire de polynômes. Il est délicat d'effectuer des interpolations en utilisant des polynômes ayant un degré élevé. Cependant, nous verrons en employant la méthode PSO, l'usage de l'interpolation avec des polynômes de degré élevé peut être dans la plupart des situations très utile pour l'obtention des approximations des fonctions. Des résultats numériques sont présentés pour démontrer l'exactitude et l'efficacité de la méthode (PSO).

**Motivation**

Cette thèse part du constat simple; que la qualité de l'approximation d'une fonction $f$ par un polynôme d'interpolation dépend du choix des points d'interpolation. On se propose donc d'étudier la qualité de l'approximation d'une fonction $f$ par le polynôme $P$ qui l'interpole en $n$ points d'un intervalle $[a,b]$ de son ensemble de définition.

Le premier problème qui se pose est le choix de ces $n$ points. L'idée la plus naturelle est de les choisir régulièrement répartis dans $[a,b]$ . Avec l'inévitable phénomène de Runge, nous verrons, que ce n'est pas forcément un très bon choix.

Si on veut vraiment faire rimer interpolation et bonne approximation, la stratégie qui consiste à augmenter le nombre de points est peut-être à remettre en cause. Mais c'est surtout l'idée confortable qui consiste à les choisir régulièrement espacés qui doit être revue.

En effet, il a été clairement observé (voir [2, chap1]) une phase instable aux extrémités de l'intervalle d'interpolation, alors qu'au centre la situation est beaucoup plus « calme ». L'idée qui vient à l'esprit, si on veut garder le même nombre de points, est de minimiser la valeur maximale du produit $\prod_{i=0}^{n}(x-x_i)$.

Dans cette thèse, on propose de générer les distributions de points qui minimisent la valeur maximale du produit $\prod_{i=0}^{n}(x-x_i)$ en ayant recours à l'algorithme PSO. En effet, lors de simulations des modèles mathématiques décrivant les vols d'oiseaux, Wilson [3, chap2] a suggéré que ces types de modèles pourraient très bien s'appliquer à la recherche de points caractéristiques dans un espace de recherche. Sa réflexion se base sur le fait que, lors de l'installation d'une mangeoire à oiseaux dans une cour, même si aucun oiseau ne l'a jamais visitée, après quelques heures de patience un grand nombre d'oiseaux viendront y manger. Lors des simulations de Wilson, la volée d'oiseaux cherchait une mangeoire dans un espace donné et finissait par découvrir son emplacement. En utilisant les algorithmes de modélisation de Heppner [2, chap2] et de Reynolds [1, chap2], et en modifiant le modèle mathématique de Wilson; Kennedy et Eberhart [4, chap2] ont transformé le tout en un vol d'oiseaux cherchant la « mangeoire » la plus grosse dans un lot de mangeoires contenues dans une région prédéterminée. L'algorithme d'optimisation PSO a ainsi vu le jour.

Les principaux objectifs de cette thèse peuvent être résumés comme suit:

Le premier objectif est d'appliquer l'optimisation par essaim de particules afin d'éviter le phénomène de RUNGE, c'est-à-dire; la recherche des meilleurs points d'interpolation. D'une manière générale; l'amélioration des résultats obtenus par les équipes dirigées par le prof. A. Zerarka de manière plus qualitative. Pour cela, nous allons utilisé les points PSO dans la nouvelle méthode quadratique intégrale généralisée (QIG), à la place des points de Chebyschev et nous allons aussi utilisé les points PSO dans la méthode différentielle quadratique de l'équation de Schrödinger, à la place des points de Chebyschev pour améliorer qualitativement, les solutions ainsi obtenues. Finalement, nous proposons une solution à l'équation aux dérivées partielles de Korteweg de Vries. Nous tenons d'insister sur le travail de recherche concernant les systèmes formulés par les équations intégrales ou autrement dits par les équations différentielles. Puisque le passage d'une forme mathématique à l'autre est fortuit, donc la conversion d'une forme différentielle a la forme intégrale est toujours possible.