

République Algérienne Démocratique et Populaire  
Ministère de l'Enseignement Supérieur et de la Recherche Scientifique

Université A/MIRA de Béjaïa  
Faculté des Sciences et des Sciences de l'Ingénieur  
Département de Recherche Opérationnelle

# *MÉMOIRE DE MAGISTER*

En  
Mathématiques Appliquées  
Option  
*Modélisation Mathématique et Techniques de Décision*

## Thème

Intervalle de confiance pour le paramètre  
d'un processus autorégressif d'ordre 1

Présenté par :  
Samir RAHMANI.

Soutenu devant le jury composé de :

Président	Mr N. MEHIDI	Maître de Conf.	U. A/Mira, Béjaïa
Rapporteur	Mr A. DAHMANI	Professeur	U. A/Mira, Béjaïa
Examineur	Mr A. ZIADI	Maître de Conf.	U. F/Abbas, Sétif
Invité	Mme M. TARI	Chargé de cours	U. A/Mira, Béjaïa

Béjaïa 2004.

# Table des matières

<b>Introduction</b>	<b>1</b>
<b>1 Généralités</b>	<b>6</b>
1.1 Préliminaires et définitions . . . . .	6
1.1.1 Quelques propriétés sur les probabilités . . . . .	7
1.1.2 Propriétés spécifiques à l'espérance conditionnelle . . . . .	8
1.1.3 Notions élémentaires sur les processus faiblement dépendants . . . . .	8
<b>2 Cas où les erreurs sont des variables aléatoires indépendantes</b>	<b>16</b>
<b>3 Cas où les variables explicatives retardées sont <math>\psi</math>-mélangeantes</b>	<b>27</b>
<b>4 Cas où les variables explicatives retardées sont <math>\varphi</math>-mélangeantes</b>	<b>39</b>
<b>5 Cas où les variables explicatives retardées sont <math>\alpha</math>-mélangeantes</b>	<b>46</b>
<b>6 Test de Durbin-Watson et application</b>	<b>59</b>
6.1 L'autocorrélation des erreurs . . . . .	59
6.1.1 Présentation du problème . . . . .	59
6.2 Les causes et la détection de l'autocorrélation des erreurs . . . . .	60
6.3 La procédure d'estimation en cas d'autocorrélation des erreurs . . . . .	62
6.3.1 Principes généraux . . . . .	62
6.4 Application . . . . .	64
<b>Conclusion</b>	<b>68</b>
<b>Bibliographie</b>	<b>68</b>

**RÉSUMÉ** : Dans ce mémoire, nous avons établi de nouvelles inégalités exponentielles de type Bernstein-Fréchet qui nous ont permis de construire un intervalle de confiance pour le paramètre du processus autorégressif d'ordre 1 ou  $AR(1)$ . Nous avons d'une part, établi les mêmes résultats dans le cas où les erreurs de spécification du processus sont des variables aléatoires indépendantes, et d'autre part, lorsque les variables explicatives retardées sont faiblement dépendantes ( $\psi$ -mixing,  $\varphi$ -mixing et  $\alpha$ -mixing). Nous terminons par l'utilisation du test de Durbin et Watson sur l'autocorrélation des erreurs d'un modèle de régression dans le but de déterminer un modèle  $AR(1)$ .

**Mots clés** : Processus autorégressif, Erreurs de spécification, Variables explicatives retardées, Inégalités exponentielles,  $\psi$ -mélangeante,  $\varphi$ -mélangeante,  $\alpha$ -mélangeante, Intervalle de confiance, Test de Durbin-Watson.

**ABSTRACT** : In this memory, we established new exponential inequalities of Bernstein-Fréchet type which enabled us to build a confidence interval for the parameter of the autoregression process of order 1 or  $AR(1)$ . We on the one hand, established the same results if the errors of specification of the process are independent random variables, and on the other hand, when the delayed explanatory variables are slightly dependent ( $\psi$ -mixing,  $\varphi$ -mixing and  $\alpha$ -mixing). We finish by the use of the test of Durbin and Watson on the autocorrelation of the errors of a model of regression with an aim of determining a model  $AR(1)$ .

**Key words** : Autoregression process, Errors of specification, Explanatory variables delayed, Exponential inequalities,  $\psi$ -mixing,  $\varphi$ -mixing,  $\alpha$ -mixing, Confidence interval, Test of Durbin-Watson.