

République Algérienne Démocratique et Populaire
Ministère de l'Enseignement Supérieur et de la Recherche Scientifique

Université A/Mira de Béjaïa
Faculté des Sciences et des Sciences de l'Ingénieur
Département de Recherche Opérationnelle

MÉMOIRE DE MAGISTER

En
Mathématiques Appliquées
Option
Modélisation Mathématique et Techniques de Décision

Thème
Etude des conditions d'existence de
stratégies d'équilibre dans les jeux
avec et sans contraintes

Présenté par :
M^r Hacène GHAROUT.

Soutenu devant le jury composé de :

| | | | |
|------------|------------------------------|-----------------|-------------------|
| Président | M ^r D. AISSANI | Professeur | U. A/Mira Béjaïa. |
| Rapporteur | M ^r M.S. RADJEF | Professeur | U. A/Mira Béjaïa. |
| Examineur | M ^r A.K. KHELLADI | Professeur | U.S.T.H.B Alger. |
| Invité | M ^r M. AIDER | Maître de conf. | U.S.T.H.B Alger. |

Béjaïa 2004.

Table des matières

| | |
|--|-----------|
| Table des matières | 1 |
| Introduction | 3 |
| Notations | 6 |
| 1 Généralités | 7 |
| 1.1 Préliminaires et définitions | 7 |
| 1.1.1 Espace topologique | 7 |
| 1.1.2 Ensembles particuliers | 7 |
| 1.1.3 Espace métrique | 8 |
| 1.2 Ensembles convexes | 12 |
| 1.3 Analyse multivoque | 12 |
| 1.4 Quelques notions de concavité généralisée | 15 |
| 1.5 Quelques généralisations de l'inégalités de Ky Fan | 19 |
| 1.5.1 Sous la concavité | 19 |
| 1.5.2 Sous la 0-diagonale quasi-concavité | 21 |
| 1.6 Conclusion | 27 |
| 2 Généralités sur la théorie des jeux | 28 |
| 2.1 Le concept de jeu | 28 |
| 2.1.1 Jeux non coopératifs | 28 |
| 2.1.2 Jeux coopératifs | 28 |
| 2.2 Concepts de solutions | 29 |
| 2.2.1 Equilibre de Nash | 30 |
| 2.2.2 Equilibre de Berge | 32 |
| 2.2.3 Autres notions d'équilibre | 34 |
| 2.3 Conclusion | 35 |

| | |
|---|-----------|
| Table des matières | 2 |
| <hr/> | |
| 3 Existence de l'équilibre de Berge | 36 |
| 3.1 Conditions nécessaires d'existence | 36 |
| 3.1.1 Condition se basant sur la définition de l'équilibre | 36 |
| 3.1.2 Condition se basant sur la relation entre l'équilibre de Berge et de Nash | 38 |
| 3.2 Conditions suffisantes d'existence | 39 |
| 3.3 Conclusion | 48 |
| 4 Existence de l'équilibre Social de Nash dans un méta-jeu | 49 |
| 4.1 Existence de l'équilibre social de Nash sous la concavité | 50 |
| 4.2 Existence de l'équilibre social sous la 0-D.Q.CV. | 51 |
| 4.3 Conclusion | 53 |
| 5 Existence de L'équilibre social de Berge dans un méta-jeu | 54 |
| 5.1 L'équilibre social de Berge sous la concavité | 57 |
| 5.1.1 Approche utilisant les inégalités quasi-variationnelles | 57 |
| 5.1.2 Approche utilisant le point fixe de Kakutani | 59 |
| 5.2 Equilibre social de Berge sous la 0-D.Q.CV. | 62 |
| 5.3 Procédés de recherche d'un équilibre social de Berge | 67 |
| 5.3.1 Procédé 1 | 68 |
| 5.3.2 Procédé 2 | 75 |
| 5.4 Conclusion | 77 |
| Conclusion | 79 |
| Bibliographie | 80 |

RÉSUMÉ

Dans ce mémoire, les conditions d'existence des équilibres de Berge et de Nash dans un jeu sous forme normale ont été obtenues en relaxant l'hypothèse de concavité, généralement imposée, par la 0-diagonale quasi-concavité des fonctions de gain des joueurs. Pour les jeux avec contraintes, deux approches ont été développées pour la construction des conditions d'existence d'un équilibre social de Berge : L'approche par le point fixe de Kakutani et l'approche par l'inégalité de Ky Fan. Deux procédés itératifs de recherche d'un équilibre social de Berge avec leurs théorèmes de convergence et des exemples ont été développés.

Mots clés : Jeu, Equilibre de Berge, Equilibre de Nash, Equilibre social de Berge, Equilibre social de Nash, 0-diagonale concavité, 0-diagonale quasi-concavité, Méta-jeu.

ABSTRACT

In this work, the different existence conditions of Berge and Nash equilibriums in game under a normal form have been obtained by relaxing the concavity hypothesis, generally imposed, by the 0-diagonal quasi-concavity of players win functions. For the games with constraints, two approaches have been developed for the construction of the existence conditions of the Berge social equilibrium : the Kakutani fixed point approach and the approach of Ky Fan inequality. Two iterative procedures for research of a Berge social equilibrium with its convergence theorems and examples have been developed.

Key words : Berge equilibrium, Nash equilibrium, Berge social equilibrium, Nash social equilibrium, Convexity, Concavity. 0-diagonal concavity. 0-diagonal quasi-concavity.