

République Algérienne Démocratique et Populaire Ministère de
l'Enseignement Supérieur et de la Recherche Scientifique
Université Abderahmane Mira de Béjaïa
Faculté des Sciences et Sciences de l'Ingénieur

Mémoire

En vue de l'obtention du Diplôme de Magister
en Mathématiques Appliquées
Option: Analyse et Probabilités

Thème

Méthodes itératives de résolution des problèmes mal posés

Présenté par: Rachid Benmeziane

Soutenu le 08/ 11/ 05 Devant le jury :

M ^r	Aissa AIBECHE	Professeur	Université de Sétif	Président
M ^r	Abdelnasser DAHMANI	Professeur	Université de Béjaïa	Rapporteur
M ^r	Ahmed AIT SAIDI	Maître de Conférences	Université de Béjaïa	Examineur
M ^r	Ahmed BERBOUCHA	Maître de Conférences	Université de Béjaïa	Examineur

Table des matières

1	Introduction	3
2	Complément d'analyse fonctionnelle et rappels	7
2.1	Rappels généraux	7
2.2	Décomposition en valeurs singulières de matrices	23
2.3	Développement en valeurs singulières des opérateurs compacts . .	26
3	Régularisation des problèmes mal-posés	29
4	La méthode itérative de Landweber pour la résolution des problèmes mal-posés non-linéaires	33
4.1	La méthode de Landweber	34
4.2	Convergence de l'itération de Landweber	35
4.3	Taux ou vitesse de convergence	43
4.4	Exemples.	50
4.5	Application de la méthode de Landweber-Exemples numériques .	54
5	La méthode de Landweber pour la résolution des problèmes mal-posés linéaires	59
6	Méthode de la décomposition en valeurs singulières et une généralisation	66
6.1	Méthode de la décomposition en valeurs singulières	66

6.2	Une généralisation de la méthode de la décomposition en valeurs singulières	69
6.3	Exemple numérique	70
7	Méthode itérative pour déterminer les paramètres de régularisation d'un problème mal-posé linéaire	73
7.1	Introduction	73
7.2	Algorithme de convergence cubique	75
7.3	Un algorithme hybride	84
7.4	Exemple et résultats numériques	87
8	Conclusion-Perspectives	89
9	Bibliographie	91

Résumé

Dans notre travail, nous avons essayé de donner une sorte de culture générale sur la résolution des problèmes mal posés du point de vue itératif et même numérique, plus précisément, nous avons étudié quelques méthodes itératives de résolution de ce type de problèmes.

La méthode de Landweber a été expliquée et analysée dans le cas d'un problème mal posé et dans le cas non-linéaire et dans le cas linéaire, ainsi que ses propriétés de convergence.

Aussi, il est bien naturel, quand il s'agit de paramètre de régularisation, de faire un bon choix de ce paramètre. Ce "bon choix", comme c'est expliqué, est très difficile, mais les critères d'arrêt nous ont permis de construire une suite de paramètres convergeant vers ce "bon choix" ou le choix voulu.

Sans oublier le côté numérique, un outil d'analyse fonctionnelle qui est la décomposition en valeurs singulières nous a permis de donner une méthode beaucoup plus numérique de résolution des problèmes mal posés linéaires, plus précisément, de l'équation de Fredholm de première espèce. De plus, en s'inspirant de cette dernière, une généralisation a été proposée dont le but principal est bien la localisation de points singuliers d'un problème mal posé dans le cas de doute.

Mots clefs : Problèmes mal posés, régularisation, méthodes itératives.