



N° d'ordre :

UNIVERSITE DE M'SILA

**FACULTE DES SCIENCES ET DES SCIENCES DE
L'INGENIORAT**

Département de Mathématiques

MEMOIRE

Présenté pour l'obtention du diplôme de Magistère

Spécialité : Mathématiques

Option : Analyse Fonctionnelle et Numérique

Par

ABDELKADER AMARA

SUJET

**FACTORISATIONS QUADRATIQUES DES OPERATEURS NON
LINEAIRES A VALEURS DANS LES ESPACES DE KÖTHER**

Soutenu publiquement le devant le jury composé de :

Mr. N. BENHAMIDOUCHE	M.C. Université de M'sila	Président
Mr. L. MEZRAG	M.C. Université de M'sila	Rapporteur
Mr. N. BENSALAM	prof. Université de Sétif	Examineur
Mr. D. ACHOUR	M.C. Université de M'sila	Examineur

Promotion : 2007/2008

Table des matières

0.1	Introduction	3
1	Les opérateurs quasi-linéaires	6
1.1	les espaces de Banach réticulés	6
1.2	Les opérateurs non-linéaires	9
1.2.1	Les opérateurs sous-linéaires	9
1.2.2	Les opérateurs quasi-linéaires	10
1.3	Propriétés essentielles	12
1.4	Extension du théorème de Hahn-Banach aux opérateurs quasi-linéaires	16
2	Les espaces de Köthe	19
2.1	Définitions	19
2.2	Le dual d'un espace de Köthe	21
2.3	Puissance des espaces de Köthe	27
2.4	Les opérateurs r -convexes et s -concaves	28
3	Factorisation des opérateurs non linéaires entre les espaces de Köthe	
	par L_r	34
3.1	Introduction	34
3.2	Les applications homogènes	35
3.3	Factorisation des opérateurs sous-linéaires à valeur dans un espace de Köthe par L_r	42

3.4	Factorisation des opérateurs quasi-linéaires d'un espace de Köthe à valeurs dans un espace de Banach réticulé par L_r	46
3.5	Lien entre les opérateurs sous-linéaires r -réguliers et la factorisation par L_r	51
4	Factorisations quadratiques pour les opérateurs non linéaires entre les espaces de Köthe	57
4.1	Introduction	57
4.2	Factorisation quadratique des opérateurs non linéaire entre des espaces de Köthe	58
4.3	Factorisation quadratique des opérateurs non linéaire r -régulier entre des espaces de Köthe	67

ABSTRACT

In this thesis, a study of quadratic factoring theorem in Defant for operators sub-linear and super-linear between Köthe spaces.

It shows under certain conditions, for any operator Nonlinear (sub-linear or super -linear) $T : X(\mu, E) \rightarrow Y(\lambda, F)$ where $X(\mu)$, $Y(\lambda)$ Two Banach spaces of Köthe and E , F two Banach spaces, admits the following factorization

$$\begin{array}{ccc} X(\mu, E) & \rightarrow & Y(\lambda, F) \\ M_f \otimes \text{Id}_E \downarrow & & \uparrow M_g \otimes \text{Id}_F \\ L_r(\mu, E) & \rightarrow & L_s(\lambda, F) \end{array}$$

M_f , the multiplication operator by a function $f \in M(X(\mu), L_r(\mu))$.

M_g ; the multiplication operator by a function $g \in M(L_s(\lambda), Y(\lambda))$.

Keywords:

sub-linear, super-linear, Köthe spaces, quadratic factoring

RESUME

Dans ce mémoire, on étudiera la factorisation quadratique du théorème de Defant dans le cas des opérateurs sous -linéaires et quasi-linéaires entre les espaces de Köthe. On démontre sous certaines conditions, pour tout opérateur non-linéaire $T : X(\mu, E) \rightarrow Y(\lambda, F)$ tels que $X(\mu)$, $Y(\lambda)$ deux espaces de Banach de Köthe et E , F deux espaces de Banach, admet la factorisation suivante:

$$\begin{array}{ccc} X(\mu, E) & \rightarrow & Y(\lambda, F) \\ M_f \otimes \text{Id}_E \downarrow & & \uparrow M_g \otimes \text{Id}_F \\ L_r(\mu, E) & \rightarrow & L_s(\lambda, F) \end{array}$$

M_f , l'opérateur de multiplication par une fonction $f \in M(X(\mu), L_r(\mu))$.

M_g , l'opérateur de multiplication par une fonction $g \in M(L_s(\lambda), Y(\lambda))$.

Mots clés:

opérateurs sous -linéaires, opérateurs quasi-linéaires, l'espace de Köthe, factorisation quadratique