

مهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية

MINISTERE DE L'ENSEIGNEMENT SUPERIEUR ET DE LA RECHERCHE
SCIENTIFIQUE

UNIVERSITE HADJ LAKHDAR

BATNA (ALGERIE)

THESE

Présentée à la Faculté des Sciences

Département de Mathématique

Pour l'obtention du diplôme de

DOCTORAT EN SCIENCES

Option : Mathématique

Par

Khalil SAADI

THEME

*Les opérateurs multi p -sommants et leurs
applications*

Soutenu le : 16-06- 2010.

Devant le jury d'examen :

Mr. S.E. REBIAI	Prof.	Université de Batna	Président
Mr. L. MEZRAG	Prof.	Université de M'sila	Directeur de Thèse
Mr. A. AIBECHE	Prof.	Université de Sétif	Examineur
Mr. R. BENACER	Prof.	Université de Batna	Examineur
Mme. F. LUST-PIQUARD	Prof.	Université de Cergy-Pontoise	Examineur
Mr. B. MEZERDI	Prof.	Université de Biskra	Examineur

Table des matières

0.1	Introduction	3
1	Idéaux d'opérateurs multilinéaires	8
1.1	Les applications multilinéaires	8
1.2	Représentation sur un produit tensoriel	11
1.3	Idéaux d'opérateurs multilinéaires	13
1.4	Méthodes de construction	15
1.4.1	La méthode de factorisation	15
1.4.2	La méthode de linéarisation	16
1.4.3	La méthode de composition	18
1.5	Généralisation des opérateurs linéaires sommants	20
1.5.1	Opérateurs multilinéaires absolument p -sommants	23
1.5.2	Opérateurs multilinéaires p -dominés	24
1.5.3	Opérateurs multilinéaires multi p -sommants	27
1.5.4	Opérateurs multilinéaires fortement p -sommants	28
1.5.5	Opérateurs multilinéaires de Hilbert-Schmidt	30
2	Relations entre différentes classes d'opérateurs multilinéaires	32
2.1	Les opérateurs Cohen fortement p -sommants	32
2.1.1	Cas linéaire	32
2.1.2	Cas multilinéaire	34
2.1.3	Représentation tensorielle	35

2.2	Connexion avec les opérateurs adjoints	38
2.3	Interprétation de multi-idéal \mathcal{D}_p^m par la méthode de composition	41
2.3.1	Conséquence : le Théorème de Bu multilinéaire	49
2.4	Les opérateurs m -linéaires définis sur des espaces \mathcal{L}_p	50
3	Caractérisation non linéaire des espaces de Banach	56
3.1	Caractérisation multilinéaire des espaces de Hilbert.	57
3.2	Caractérisation m -linéaire des sous espaces de L_p	61
3.3	Caractérisation polynomial d'un espace de Hilbert	62
3.3.1	Definitions and general results	63
3.3.2	Cohen strongly p -summing m -homogeneous polynomials	66
3.3.3	Characterization and inclusion theorems	68
3.3.4	Main result	72
4	Les opérateurs multilinéaires Cohen $(p; p_1, \dots, p_m)$-nucléaires	75
4.1	Introduction et motivation	75
4.2	Connexion avec le produit tensoriel	79
4.3	Domination et factorisation (cas $\frac{1}{p_1} + \dots + \frac{1}{p_m} = \frac{1}{p}$)	84
4.4	Comparaison avec d'autres classes d'opérateurs multilinéaires	91
5	Relations entre les opérateurs m-linéaires et les opérateurs multi-sous linéaires	95
5.1	Introduction	95
5.2	Les opérateurs multi-sous linéaires	97
5.3	Extension du théorème de Hahn-Banach pour les opérateurs multi-sous linéaires.	103
5.4	Les opérateurs m -sous linéaires Cohen fortement p -sommants	108
5.5	Comparaison avec le cas multilinéaire	114