

République Algérienne Démocratique et Populaire
Ministère de l'Enseignement Supérieur et de la Recherche Scientifique

Université
M'hamed BOUGARA
Boumerdès



Faculté
des Sciences
Boumerdès

DEPARTEMENT DE MATHÉMATIQUES

MEMOIRE DE MAGISTER
SPECIALITE : MATHÉMATIQUES
OPTION : MODELES STOCHASTIQUES

Thème

Estimation des Paramètres des EDS :
Modèle de Black et Scholes

Présenté par

Mme MEDDAHI Samia

Soutenu publiquement le :

Devant le jury composé de :

Présidente	Mme Megdouda OURBIH	M. C	A	U.A. Mira Bejaia
Promoteur	Mr Khaled KHALDI	M. C	A	UMBB Boumerdes
Co. Promoteur	Mr Hamid OSMANOV	Professeur		UMBB Boumerdes
Examineur	Mr Assim ABASSOV	M. C	A	UMBB Boumerdes
Examineur	Mr Said MAKDECHE	M. C	B	UMBB Boumerdes

Année universitaire 2009

Résumé

L'évolution des actifs financiers est essentiellement décrite par des processus continus, et plus particulièrement par des processus de diffusion log-normale. Ce mémoire développe les méthodes d'estimation des paramètres du modèle Black et Scholes ainsi que l'adaptation en finance.

Nous présentons la théorie des probabilités et on introduit la notion d'estimation (chapitre 1), la théorie des processus stochastiques (chapitre 2) et la théorie générale d'évaluation d'options pour l'alternative stochastique (chapitre 3). Le quatrième chapitre porte respectivement sur l'estimation des paramètres du modèle Black et Scholes par deux méthodes ; la méthode discrète utilisant la fonction densité de transition du processus de diffusion, la seconde se base sur la fonction de densité du temps de première passage du processus à travers une borne constante et nous illustrons ensuite nos résultats par des applications numériques sur le cours de l'action Toyota MTR (chapitre 5).

Abstract

The evolution of financial assets is essentially described by continuous processes, and more particularly by processes of diffusion log-normal, this memory develops the methods of estimation of the parameters of model Black and Scholes as well as the adaptation in finance.

We present the theory of probability and one introduces the notion of estimation (chapter 1), the theory of stochastic processes (chapter 2) and the general theory of evaluation of options for the stochastic alternative (chapter 3). Fourth chapter concerns respectively on the estimation of the parameters of the model Black and Scholes by two methods; methods discreet using function density of transition of the process of diffusion, second bases itself on the function of density of the first passage time of the process through a constant border and we illustrate then our results by numeric applications on the course of action Toyota MTR (chapter 5).

ملخص

تطور الأصول المالية يمكن وصفها أساسيا بالسيرورات المستمرة و خاصة عملية انتشار لوغاريتم عادي . هذه المذكرة تعالج طرق تقدير البرامترات (العوامل) لنموذج بلاك سكولس و كذلك التطبيق في مجال المالية.

نعرض الجانب النظري للاحتمالات والتقديرات (الفصل الأول) ،المجال النظري للسيرورات الستوكاستيكية (الفصل الثاني) ، النظرية العامة لتقييم الخيارات (الفصل الثالث).

في الفصل الرابع نعرض تقدير البرامترات (العوامل) لنموذج بلاك سكولس بطريقتين مختلفتين: "الطريقة المتقطعة" التي تستعمل دالة كثافة تنقل لعملية الانتشار ، الطريقة الثانية تتركز على دالة كثافة وقت المرور الأول للسيرورة لاجتياز ذروة ثابتة ، و نستدل بعد ذلك نتائجنا بتطبيقات رقمية على سعر أسهم تويوتا (الفصل الخامس) .

Sommaire

Introduction générale Erreur ! Signet non défini.

Chapitre 1 : Théorie de Probabilité et Application en Statistique

1.1 Introduction	Erreur ! Signet non défini.
1.2 Rappels de probabilité	Erreur ! Signet non défini.
1.2.1 Espace de probabilité	Erreur ! Signet non défini.
1.2.2 Variable aléatoire	Erreur ! Signet non défini.
1.2.3 Loi d'une variable aléatoire	Erreur ! Signet non défini.
1.2.4 Espérance Mathématique de variable aléatoire:	Erreur ! Signet non défini.
1.2.5 Indépendance	Erreur ! Signet non défini.
1.2.6 Espérance conditionnelle	Erreur ! Signet non défini.
1.2.7 Convergences de suites de variables aléatoires:	Erreur ! Signet non défini.
1.2.8 Processus aléatoire à temps discret	Erreur ! Signet non défini.
1.2.9 Martingale	Erreur ! Signet non défini.
1.3 Estimation	Erreur ! Signet non défini.
1.3.1 Estimation ponctuelle.....	Erreur ! Signet non défini.
1.3.2 Estimation ponctuelle des paramètres usuels.....	Erreur ! Signet non défini.
1.3.3 Estimation du maximum de vraisemblance	Erreur ! Signet non défini.
1.3.4 Estimation par intervalle de confiance.....	Erreur ! Signet non défini.

Chapitre 2 : Calcul Stochastique et Modèle de Black et Scholes

2.1 Introduction.....	Erreur ! Signet non défini.
2.2 Processus aléatoire à temps continu.....	Erreur ! Signet non défini.
2.3 Vecteurs gaussiens	Erreur ! Signet non défini.
2.4 Mouvement brownien	Erreur ! Signet non défini.
2.5 Variation quadratique.....	Erreur ! Signet non défini.
2.6 Intégrale de Itô	Erreur ! Signet non défini.
2.7 Calcul d' Itô	Erreur ! Signet non défini.
2.8 Équations différentielles stochastiques	Erreur ! Signet non défini.
2.8.1 Propriété de Markov	Erreur ! Signet non défini.
2.8.2 Équations non homogènes vectorielles:.....	Erreur ! Signet non défini.
2.8.3 Equations linéaires	Erreur ! Signet non défini.
2.8.4 Modèle de Black et Scholes.....	Erreur ! Signet non défini.

Chapitre 3 : Modèles Stochastiques des Marchés Financiers

3.1 Introduction.....	Erreur ! Signet non défini.
3.2 Le problème des produits dérivés en finance.....	Erreur ! Signet non défini.
3.2.1 Les contrats à terme	Erreur ! Signet non défini.
3.2.2 Les options	Erreur ! Signet non défini.
3.3 Arbitrage statique.....	Erreur ! Signet non défini.
3.3.1 Unicité du prix d'instruments financiers à flux identiques	Erreur ! Signet non défini.
3.3.2 Prix à terme	Erreur ! Signet non défini.
3.3.3 Parité call- put	Erreur ! Signet non défini.
3.4 Modèle stochastique.....	Erreur ! Signet non défini.
3.5 Exercices	Erreur ! Signet non défini.
3.5.1 Opérations sur les options	Erreur ! Signet non défini.
3.5.2 Relations d'arbitrage sur le call	Erreur ! Signet non défini.

3.6	Modélisation des marchés financiers en temps continu	Erreur ! Signet non défini.
3.6.1	Modèle en temps continu	Erreur ! Signet non défini.
3.6.2	Portefeuille autofinçant	Erreur ! Signet non défini.
3.7	Formule et propriétés de Black- Scholes	Erreur ! Signet non défini.
3.7.1	L'équation aux dérivé partielle (EDP) d'évaluation et couverture	Erreur ! Signet non défini.
	Signet non défini.	
3.7.2	Formule fermée de Black et Scholes	Erreur ! Signet non défini.
3.8	Sensibilité et grecques.....	Erreur ! Signet non défini.
3.9	Les voies d'extension du modèle de Black et Scholes	Erreur ! Signet non défini.
3.9.1	Modèles à saut.....	Erreur ! Signet non défini.
3.9.2	Volatilité non constante et stochastique.....	Erreur ! Signet non défini.
3.9.3	Volatilité non constante et taux d'intérêt non constants	Erreur ! Signet non défini.
	défini.	
3.9.4	Les modèles à volatilité déterministe et non stationnaire:	Erreur ! Signet non défini.
	défini.	
3.9.5	Les modèles ARCH et GARCH	Erreur ! Signet non défini.

Chapitre4 : Estimation des paramètres de modèle Black et Scholes

4.1	Introduction.....	Erreur ! Signet non défini.
4.2	Série de rendement.....	Erreur ! Signet non défini.
4.2.1	Propriétés statistiques des séries de rendement	Erreur ! Signet non défini.
4.2.2	Tests statistiques des séries de rendement	Erreur ! Signet non défini.
4.3	Estimation historique	Erreur ! Signet non défini.
4.4	Méthode discrète	Erreur ! Signet non défini.
4.5.	Méthode via le temps du premier passage	Erreur ! Signet non défini.

Chapitre5 : Application en Finance

5.1	Introduction.....	Erreur ! Signet non défini.
5.2	Statistiques descriptives	Erreur ! Signet non défini.
5.3	Estimation des paramètres de modèles Black Scholes	Erreur ! Signet non défini.
5.3.1	Méthode discrète	Erreur ! Signet non défini.
5.3.2	Méthode via le temps du premier passage	Erreur ! Signet non défini.
5.4.	Analyse générale des résultats	Erreur ! Signet non défini.
5.4.1	Comparaison entres les deux méthodes d'estimation	Erreur ! Signet non défini.
	défini.	
5.4.2	Simulation	Erreur ! Signet non défini.
5.4.3	Prévision	Erreur ! Signet non défini.
5.5.	Discretisation des EDS (Black Scholes).....	Erreur ! Signet non défini.
5.5.1	Schéma Euler	Erreur ! Signet non défini.
5.5.2	Schéma de Milstein.....	Erreur ! Signet non défini.

Conclusion générale Erreur ! Signet non défini.

Bibliographie