

République Algérienne Démocratique et Populaire
Ministère de l'Enseignement Supérieur et de la Recherche Scientifique
Université de Batna

Faculté des Sciences
Département de Mathématiques

THÈSE

Présentée pour obtenir le grade de

Docteur en Sciences

Spécialité : Mathématiques

Par

RAHMOUNE AZEDINE

SUR LA RÉOLUTION NUMÉRIQUE DES ÉQUATIONS
INTÉGRALES EN UTILISANT DES FONCTIONS SPÉCIALES

Soutenue le 30 /05 /2011 devant le jury composé de :

S.E. Rebiai	<i>Professeur</i>	Université de Batna	<i>Président de Jury</i>
M. Nadir	<i>Professeur</i>	Université de M'sila	<i>Rapporteur</i>
N. Hamri	<i>Professeur</i>	C.U. de Mila	<i>Examineur</i>
N. Bensalem	<i>Professeur</i>	Université de Sétif	<i>Examineur</i>
D. Benterki	<i>Professeur</i>	Université de Sétif	<i>Examineur</i>
S. Guedjiba	<i>Maître de Conférences</i>	Université de Batna	<i>Examineur</i>

Table des matières

Introduction	vii
1 Classification et genèse des équations intégrales	1
1.1 Classification et terminologie	2
1.2 Genèse et formulation des équations intégrales	4
2 Existence et unicité des solutions pour les EIST	11
2.1 Théorie de Riesz	15
2.2 Alternative de Fredholm	17
3 Approximation d'opérateurs linéaires bornés	20
3.1 Approximations par la convergence en norme	21
3.2 Approximations par la convergence ponctuelle	24
4 Méthodes de résolution approchées	27
4.1 Méthodes du noyau dégénéré	27
4.1.1 Approximation par la série de Taylor	29
4.1.2 Interpolation du noyau	30
4.1.3 Approximation par la série de Fourier généralisée	35
4.2 Méthodes de quadrature	36

4.2.1	Méthode de Nyström	37
4.3	Méthodes de projection	40
4.3.1	Méthode de collocation	44
4.3.2	Méthode de Petrov-Galerkin	44
4.3.3	Projection orthogonale et discussion de la convergence	45
5	Résolution des équations de second type	53
5.1	Développement en série de Fourier généralisée	53
5.2	Méthode de Simpson modifiée	59
5.3	Méthode d'interpolation de Newton	63
	Conclusion générale et perspectives	69
	Bibliographie	71
	Notations	74

Abstract

Integral equations are the mathematical model of many problems with memory arising from reformulation of some differential equations (ordinary and partial), or naturally in mathematical modeling of different problems in biology, chemistry, physics, engineering. However, the analytical solution of these equations is practically difficult with knowing impossible in more part of the cases. This thesis presents efficient methods for approximate numerical solution of the integral equations within a functional framework, in particular, analysis of existence of solutions, the convergence study and the error estimate.

Keywords : Integral equations, Volterra equations, Fredholm equations, Nyström method, degenerate kernel methods, projection methods.

Résumé

Les équations intégrales sont issues d'une manière ou d'une autre à partir de plusieurs domaines de la recherche scientifique, précisément par remaniement de certaines EDO et EDP ou naturellement par modélisation mathématique des différents problèmes issus de la physique mathématique, de la biologie, de la chimie et des sciences de la technologie. Cependant, la résolution analytique de ces équations est pratiquement ardue, à savoir impossible dans la majeure partie des cas. Cette thèse présente des méthodes numériques efficaces pour la résolution approchée des équations intégrales dans un cadre fonctionnel, notamment, l'analyse de l'existence des solutions, l'étude de la convergence et l'estimation de l'erreur.

Mots clés : Equation intégrale, équation de Volterra, équation de Fredholm, méthodes de quadrature, méthodes du noyau dégénéré, méthodes de projection.
