



N° d'ordre:

UNIVERSITE DE M'SILA

FACULTE DES SCIENCES ET DES SCIENCES DE L'INGENIEUR

Département de Mathématiques

## MEMOIRE

Présenté pour l'obtention du diplôme de Magistère

Spécialité : Mathématique

Option : Mathématiques discrètes

Par

AZZEDINE KHENICHE

## SUJET

**LES RELATIONS FLOUES**

**Soutenu publiquement le ..... devant le jury composé de :**

A. DAHMANI	Professeur à l'université de Bejaia	Président
A. AMROUNE	M.C à l'université de M'sila	Rapporteur
A. M. BOUDAUD	Professeur à l'université de M'sila	Examineur
D. MIHOUBI	M.C à l'université de M'sila	Examineur
L. ZEDAM	C.C à l'université de M'sila	Examineur

Promotion : 2007/2008

## Résumé

Dans ce travail, nous traitons plusieurs propriétés relatives aux ordres flous, on introduit les notions de majorants, minorants, borne supérieure, borne inférieures, (par rapport à un ordre flou), les  $\alpha$ -ordres flous sont utilisé pour introduire le lemme de Zorne généralisé au cas flou.

Nous présentons aussi la notion d'un treillis flou, et ses propriétés fondamentales, puis on étudie un treillis particulier qui est le treillis de Heyting, et enfin, un aperçu sur la dualité de Priestley dans le cas d'un ordre flou.

# Abstract

In this thesis, we discuss the fuzzy ordering, there does not exist a reasonable theory of fuzzy ordered sets, our goal in this paper is to commence a systematic study of fuzzy ordered sets. The concept of fuzzy order was introduced by generalizing the notion of reflexivity, antisymmetry, and transitivity, since then several authors have studied fuzzy relations and orderings.

In this paper we do not intend to study fuzzy relations in general, we restrict our attention to fuzzy relations which are in a suitable sense "reflexive", "antisymmetric", and transitive. In this work, we deal with many properties related to fuzzy ordered, we introduce the notion of the upper-bounds, and lower bounds, according to the fuzzy ordered, we also present The notion of one fuzzy lattice, and its fundamental properties, and we study one particular fuzzy lattice which is a fuzzy lattice of Heyting.

Finally a look on the duality of Priestley in the case of an fuzzy ordered.

## خلاصة

في هذه المذكرة, ندرس العديد من الخواص المتعلقة بعلاقة الترتيب الضبابية, ندخل مفهوم الحاد من الأعلى, الحاد من الأسفل المرتبطة بعلاقة الترتيب الضبابية, كما نستعمل  $\alpha$  -ترتيب ضبابي لصياغة مبرهنة زورن, في نسختها الضبابية, كما نقدم مفهوم الشبكة الضبابية و خواصها الأساسية, ثم ندرس بصورة خاصة شبكة "هايتين" الضبابية و نبرهن بعض الخواص الأساسية المرتبطة بهذه الشبكة.

أخيرا نقدم نظرة حول ثانوية "بريس تلي" في حالة الترتيب الضبابي لشبكة ضبابية.

# Table des matières

	<b>Introduction</b>	<b>9</b>
<b>1</b>	<b>Généralités sur les sous-ensembles flous</b>	<b>11</b>
1.1	Introduction . . . . .	11
1.2	Définitions générales . . . . .	11
1.2.1	Définition d'un ensemble flou . . . . .	11
1.2.2	Alpha-coupes d'un ensemble flou (niveau de flou)	18
1.2.3	Opérations algébriques sur les sous-ensembles flous	20
1.2.4	Principe d'extension de Zadeh . . . . .	21
<b>2</b>	<b>Relations floues</b>	<b>22</b>
2.1	Introduction . . . . .	22
2.2	Définition . . . . .	22
2.3	Composition de relations floues . . . . .	22
2.4	Propriétés des relations floues . . . . .	23
2.5	Définition d'un ordre flou . . . . .	26
2.6	Borne supérieure, borne inférieure . . . . .	27
2.7	Etude des cas spéciaux . . . . .	33
2.7.1	Cas d'un $\alpha$ -ordre flou . . . . .	33
2.7.2	Lemme de Zorne: Cas d'un $\alpha$ -ordre flou . . . . .	35
2.7.3	Cas fini: Algorithme de Floyd . . . . .	36

<b>3</b>	<b>Treillis flous</b>	<b>40</b>
3.1	Définitions et propriétés des treillis flous . . . . .	40
3.2	Idéal flou dans un treillis flou . . . . .	41
3.3	Sous-treillis flou — chaîne floue . . . . .	43
3.3.1	Sous-treillis flou . . . . .	43
3.3.2	chaîne floue . . . . .	43
3.4	Filtre flou dans un treillis flou fermé . . . . .	43
3.5	Propriétés des treillis flous . . . . .	44
3.5.1	Treillis flou fermé et distributif . . . . .	45
<b>4</b>	<b>Etude de treillis de Heyting flou</b>	<b>46</b>
4.1	Rappel (cas net) . . . . .	46
4.2	Treillis de Heyting dans le cas d'un ordre flou . . . . .	46
<b>5</b>	<b>Aperçus : dual et bi-dual d'un treillis flou</b>	<b>54</b>
5.1	Espace de Priestley flou . . . . .	54
	<b>Conclusion</b>	<b>61</b>
	<b>Bibliographie</b>	<b>63</b>