

République Algérienne Démocratique et Populaire
Ministère de l'Enseignement Supérieur et de la Recherche Scientifique

UNIVERSITE MOHAMED KHIDER BISKRA
FACULTE DES SCIENCES ET SCIENCES DE L'INGENIEUR
DEPARTEMENT DE MATHÉMATIQUES



MEMOIRE

Présenté en vue de l'obtention du diplôme de
Magister en Mathématiques

Par

BACHIR DAHDA

Thème

**MODELE MATHÉMATIQUE POUR LA
COMPRESSION D'IMAGES**

Option

Analyse & Modèles Aléatoires

Soutenu publiquement le :

Devant le jury :

Président :	B.MEZERDI	prof	Univ.Biskra
Rapporteur :	KH.MELKEMI	M.C	Univ.Biskra
Examineurs :	A.NECIR	Prof	Univ.Biskra
	L.MELKEMI	M.C	Univ.Batna
	S.BAHLALI	M.C	Univ.Biskra

Résumé

Ce mémoire est consacré à l'étude des aspects théoriques et pratiques de quelques notions mathématiques qui ont prouvée beaucoup des succès dans le domaine de compression d'images. Pour ceci, on a classé ce mémoire en trois chapitres.

Nous étudions dans un premier temps, l'analyse de Fourier et la transformée continue en ondelettes avec leurs propriétés.

Nous explorons dans un deuxième temps, une étude théorique approfondie et détaillée sur l'analyse multirésolution et les bases orthonormées d'ondelettes. En suite, nous présentons un aperçu sur les qualités d'approximation de ces bases.

Enfin, nous définissons des quantités numériques concernent la structure de l'image visée dont nous pouvons déterminer la précision de la compression. Ensuite, nous développons un algorithme multi-échelles pour l'analyse et synthèse d'image. Des exemples pratiques sont présentés.

Mots clés : Analyse de Fourier, transformée continue en ondelettes, analyse multirésolution, bases orthonormées d'ondelettes, approximation multirésolution, compression d'images.

Abstract

This work is devoted to study a theoretical and practical aspects of some mathematics notions which proved a great success in the context of image compression. For this, we classified it under three chapters.

First, we begin by reviewing the Fourier analysis and the continuous wavelet transform with their properties.

Next, we propose a theoretical and deep study concerning the multiresolution analysis and its orthonormal wavelet bases. Added to this, we present different multiresolution approximation qualities of these bases.

Finally, we define numerical quantities in the image structure. Hence, we can determine the compression precision. After that, we develop a multiscale algorithm for analysis and synthesis the image. Some practical examples are presented.

Keys words : Fourier analysis, the continuous wavelet transform, multiresolution analysis, orthonormal wavelet bases, multiresolution approximation, image compression.

Contents

Introduction	001
1 Analyse de Fourier et transformée continue en ondelettes	003
1.1 Notions de traitement du signal	003
1.1.1 Systèmes linéaires, stationnaires et continus	003
1.1.2 Fonction de transfert	004
1.1.3 Définition d'une image	005
1.2 Série de Fourier	007
1.2.1 Fonction périodique	007
1.2.2 Formalisme	008
1.3 La transformée de Fourier	013
1.3.1 Intégrale de Fourier	013
1.3.2 La formule	013
1.3.3 Les propriétés	014
1.3.4 La transformée de Fourier à fenêtre glissante	017
1.4 La transformée continue en ondelettes	019
1.4.1 Quelques exemples sur les ondelettes	020
1.4.2 Propriétés	022
2 Analyse multirésolution et bases orthonormées d'ondelette	024
2.1 Analyse multirésolution de $L^2(\mathbb{R})$	024
2.2 La fonction d'échelle	029
2.3 Construction des ondelettes	052
2.4 Exemples d'ondelettes	066
2.5 Analyse multirésolution de $L^2(\mathbb{R}^n)$	075
2.6 Ondelettes et propriétés d'approximation	082
3 Compression d'images	103
3.1 Evaluation de la qualité de la compression	106
3.1.1 Taux de compression	106
3.1.2 Taux d'information	106
3.1.3 Mesures de fidélité	107
3.2 Quelques techniques de compression d'images	109
3.2.1 Technique spatiales	109
3.2.2 Techniques de compression par transformation	112

3.2.3 Choix d'une ondelette en traitement d'images	121
3.3 Résultats de l'implémentation	123

Bibliography	128
---------------------	-----