



N° d'ordre:

UNIVERSITE DE M'SILA

FACULTE DES SCIENCES ET DES SCIENCES DE L'INGENIEUR

Département de Mathématiques

MEMOIRE

Présenté pour l'obtention du diplôme de Magistère

Spécialité : Mathématique

Option : Analyse Fonctionnelle et Numérique

P a r

Samira BISSAR

SUJET

La composition dans les espaces de Lizorkin - Triebel

Soutenu publiquement le

24/06/2008

devant le jury composé de:

BOUDERAH Brahim

Prof. Université de M'sila

Président

MOUSSAI Madani

Prof. Université de M'sila

Rapporteur

BENSALEM Naceur eddine

Prof. Université de Sétif

Examineur

MEZRAG Lahcen

M. C. Université de M'sila

Examineur

Promotion : 2007/2008

Résumé

Dans ce mémoire on va étudier la continuité de l'opérateur $T_f(g) = f \circ g$ sur les espaces de Lizorkin-Triebel nous permet de " minimiser " les conditions pour que la composition à gauche reste stable sur ces espaces.

Mot-clés

Espaces de Lizorkin-Triebel, Série de Littolwood-paley, Opérateur de compositions, Espaces des fonctions bornées.

Abstract

In this memoir we are study the continuity of the operator $T_f(g) = f \circ g$ on Lizorkin-Triebel spaces allows us to "minimize" the conditions so that the compositions left remain stable on these spaces.

Key word

Lizorkin-Triebel spaces, Littolwood-paley series, Superposition operator, The function bounded spaces

ملخص الرسالة

إن دراسة فضاء Lizorkin-Triebel هو هدف لدراسات موسعة قام بها العديد من الباحثين الرياضيين كأمثال M.L de Cristoforis, Y.Meyer, W.Sickel, G.Bourdaud, M.Moussai, ...، وغيرهم. وهو يجوي كلا من فضاء Soblev لأنه لدينا المساواة التالية $W_p^m = F_{m,2}^s$ وفضاء Potentiel de Bessel حيث لدينا $H_p^s = F_{p,2}^s$.

إن هذا الفضاء يدرس عدة نظريات من بينها حلول بعض المعادلات الاشتقاقية الجزئية والاستمرار لبعض المؤثرات شبه تفاضلية... الخ. حيث انه في سنة 1990 اهتم كل من الرياضيين G.Bourdaud, W.Sickel, M.L de Cristoforis, Y.Meyer, والرياضي الجزائري M. Moussai في سنة 2004 بدراسة التركيب من اليسار، حيث أن الرياضيين Y.Meyer, G.Bourdaud في سنة 1991 قدما بحثا حول انتماء $|f|$ إلى $B_{p,q}^s$ وحديثا أعطى W.Sickel, G.Bourdaud, M.Moussai نظرية حول الاستمرار في $F_{p,q}^s$ وهو موضوع الدراسة. ولأجل هذا قمنا بتقسيم عملنا هذا إلى أربعة فصول وتمثلت في:

الفصل الأول: أعطينا بعض النتائج والتذاكير للفضاءين Besov, Lizorkin-Triebel وبعض التوطئات والنظريات المهمة التي تساعدنا في بحثنا.

الفصل الثاني: تناول تركيب التطبيقات في فضاء Lizorkin-Triebel وهذا في حالة البعد يساوي 1 وقد درس هذا المشكل من طرف العديد من الباحثين منهم W. Sickel, M. Moussai, G. Bourdaud,

الفصل الثالث: تطرقنا فيه إلى تعميم تركيب التطبيقات في الحالة العامة أي من اجل البعد n وهذا من اجل فضاء Lizorkin-Triebel.

الفصل الرابع: والذي كان موضوع الدراسة اشتمل على تعميم النظرية الأساسية للمتراحة النصف خطية للباحثين M.L de Cristoforis, M.Moussai, G.Bourdaud,

SOMMAIRE

NOTATIONS

INTRODUCTION	01
--------------	----

Chapitre I : Résultats préliminaires	03
---	----

1. Séries de Littlewood-Palay.	04
--------------------------------	----

2. Espace de Lizorkin-Triebel $F_{p,q}^s$.	06
---	----

3. Normes équivalentes.	09
-------------------------	----

4. Inégalités principales.	10
----------------------------	----

Chapitre II : La composition en dimension 1	13
--	----

1. Définition de l'espace de Lizorkin-Triebel.	14
--	----

2. Théorème de Bourdaud-Moussai-Sickel, le cas $F_{p,q}^s(\mathbb{R})$	15
--	----

3. Première proposition pour la démonstration	16
---	----

4. Deuxième proposition pour la démonstration	26
---	----

5- Troisième proposition pour la démonstration	44
--	----

6. Preuve du Théorème 2.4	46
---------------------------	----

Chapitre III : La composition en dimension n	48
---	----

1. Définition des normes équivalentes	49
---------------------------------------	----

2. Théorème de Moussai, le cas $F_{p,q}^s(\mathbb{R}^n)$.	50
--	----

3. Théorème de Moussai, le cas $F_{p,q}^s(\mathbb{R})$.	50
--	----

4. Preuve du théorème 3.2.	53
----------------------------	----

Chapitre IV : Une inégalité sous linéaire.	55
---	----

1. Théorème de Bourdaud-M L de Cristoforis -Sickei, généralisé	56
--	----

2. le cas m=1.	57
----------------	----

3. le cas m=2.	59
----------------	----

4. Preuve du Théorème 4.1	61
---------------------------	----

CONCLUSION	64
------------	----

ANNEXES	66
---------	----

REFERENCES.	67
-------------	----