

الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية
MINISTERE DE L'ENSEIGNEMENT SUPERIEUR ET DE LA RECHERCHE
SCIENTIFIQUE

UNIVERSITE HADJ LAKHDAR

BATNA (ALGERIE)

THESE

Présentée à la Faculté des Sciences
Département de Mathématiques
pour l'obtention du diplôme de

DOCTORAT EN SCIENCES

Option: Mathématique

Par

ABDELMOUMENE TIAIBA

THEME

**LES OPERATEURS SOUS LINEAIRES L_p -SOMMANTS VERSION
COMMUTATIVE ET NON COMMUTATIVE**

Soutenu le : 29/11/2006

Devant le jury d'examen

Mr. S. REBIAI	Prof.	Université de Batna	Président
Mr. L. MEZRAG	M.C.	Université de M'sila	Directeur de thèse
Mr. A. AIBECHÉ	Prof.	Université de Sétif	Examineur
Mr. K. MESSOUDI	Prof.	Université Batna	Examineur
Mr. M. MORSLI	Prof.	Université de Tizi ouazou	Examineur

Résumé.

Dans cette thèse, on étudiera la factorisation des opérateurs sous-linéaires à valeurs dans un L_p par L_q ($0 < p < q < \infty$). On traitera aussi le problème dual, c'est à dire, la factorisation d'un opérateur sous linéaire T de L_p à valeurs dans un Banach réticulé X et quelques problèmes relationnels avec les opérateurs linéaires $u \circ T$. On s'intéressera aussi à des questions relatives aux opérateurs p -sommants et fortement p -sommants où on généralisera ces notions du cas linéaires aux cas sous-linéaires version commutative et non-commutative. Puis, nous donnons des théorèmes de domination dans le cas sous-linéaires version commutative et non-commutative en donnant des démonstrations différentes. Nous développons quelques problèmes relationnels entre les opérateurs linéaire et sous-linéaires concernant les deux classes d'opérateurs précédentes.

AMS classification: 47D15, 46B28, 46B32, 46M05, 46B20, 46C99.

Mots clés: Espace d'opérateurs, espace de Banach réticulé, espace de Köthe, extension, factorisation, opérateur sous-linéaire, opérateur complètement borné, opérateur p -sommant, opérateur fortement p -sommant, opérateur sous-linéaire q -concave, prolongement, théorème de domination.

Table des matières

0.1	Introduction	3
1	Espace de Riesz et opérateurs sous linéaires	8
1.1	Espaces de Riesz	9
1.2	Espaces de Köthe	16
1.3	Les opérateurs sous-linéaires	19
1.4	Propriétés	21
1.5	Extension du théorème de Hahn-Banach aux opérateurs sous-linéaires . .	27
1.6	Relations entre les opérateurs linéaires et les opérateurs sous-linéaires . .	29
1.7	Opérateurs quasi-linéaires	30
1.8	L'opérateur adjoint d'un opérateur sous-linéaire	31
1.9	Relations entre T et T^*	34
2	Les opérateurs sous-linéaires qui se factorisent par L_p	38
2.1	Introduction	39
2.2	Préliminaires	41
2.3	Opérateurs sous linéaires p -convexes, q -concaves	48
2.4	Factorisation des opérateurs sous-linéaires de X dans L_p par L_q	50
2.5	Factorisation des opérateurs sous-linéaires de L_q dans X par L_p (problème transposé).	56
3	Les opérateurs sous-linéaires fortement p-sommants	59

3.1	Introduction	60
3.2	Rappels de quelques terminologies	61
3.3	Opérateurs sous-linéaires positivement p -sommants	64
3.4	Extension du théorème de Pietsch aux opérateurs positifs	68
3.5	Opérateurs sous-linéaires fortement p -sommants	70
3.6	La relation entre les opérateurs linéaires et sous-linéaires	78
4	Les opérateurs sous-linéaires fortement l_p-sommants non-commutatifs	81
4.1	Introduction	82
4.2	Espace des opérateurs	83
4.3	Opérateurs l_p -sommants cas non-commutatif	88
4.4	Opérateurs fortement l_p -sommants cas non commutatifs.	96
4.5	Conclusion	103