

République Algérienne Démocratique et Populaire.  
Ministère de l'Enseignement Supérieur et de la Recherche Scientifique.

Université A. Mira- Béjaïa  
Faculté des Sciences et des Sciences de l'Ingénieur  
Département de Recherche Opérationnelle

# *MÉMOIRE DE MAGISTER*

En

Mathématiques Appliquées

Option:

Modélisation Mathématique et Techniques de Décision

*Thème:*

## Approximation dans les systèmes prioritaires

Présenté par:

*M<sup>elle</sup>* Naima HAMADOUCHE

Devant le jury composé de:

Président	M <sup>r</sup> M.S. Radjef	Professeur	U. A/Mira Béjaïa.
Rapporteur	M <sup>r</sup> D.Aissani	Professeur	U. A/Mira Béjaïa.
Examineur	M <sup>r</sup> K.Boukhetala	Professeur	U.S.T.H.B Alger.
Invité	M <sup>me</sup> Djellab Natalia	Maître de conf.	U. Annaba.

Béjaïa, 2004

# Table des matières

<b>Introduction Générale</b>	<b>3</b>
<b>1 Théorie des files d'attente</b>	<b>6</b>
1.1 Le formalisme des files d'attente . . . . .	6
1.2 Analyse mathématique des systèmes des files d'attente . . . . .	9
1.2.1 Modélisation des systèmes de files d'attente . . . . .	9
1.2.2 Analyse opérationnelle des systèmes de files d'attente . . . . .	12
1.3 Quelques systèmes de files d'attente . . . . .	13
1.3.1 Le système $M/M/1$ . . . . .	13
1.3.2 Le système de files d'attente $M/G/1$ . . . . .	14
1.4 Conclusion . . . . .	16
<b>2 Système d'attente avec priorité</b>	<b>17</b>
2.1 Priorité absolue . . . . .	17
2.1.1 Le système $M_2/M_2/1$ avec priorité absolue . . . . .	18
2.1.2 Le système $M/G/1$ avec différentes classes de clients et priorités absolues . . . . .	20
2.2 Priorité relative . . . . .	22
2.2.1 Le système $M_2/M_2/1$ avec Priorité relative . . . . .	22
2.2.2 Le Système $M_2/G_2/1$ avec priorité relative . . . . .	25
2.3 Système d'attente prioritaire avec rappel . . . . .	28
2.3.1 Description Mathématique du modèle d'attente prioritaire avec rappel	29
2.3.2 Distribution stationnaire . . . . .	30
2.4 Systèmes prioritaires et service par groupe . . . . .	30
2.4.1 Description Mathématique du modèle d'attente prioritaire et service par groupe . . . . .	31
2.5 Conclusion . . . . .	32

<b>3</b>	<b>Stabilité forte dans les systèmes de files d'attente</b>	<b>33</b>
3.1	Théorie de stabilité forte . . . . .	33
3.1.1	Présentation de la méthode de stabilité forte . . . . .	33
3.1.2	Inégalités de stabilité forte . . . . .	37
3.2	Application au systèmes $M_2/G_2/1$ avec priorité relative . . . . .	38
<b>4</b>	<b>Stabilité forte du système <math>M_2/G/1</math> avec priorité absolue</b>	<b>41</b>
4.1	Système $M_2/G/1$ avec priorité absolue . . . . .	41
4.2	Préliminaire et position du problème . . . . .	45
4.3	Stabilité forte de la chaîne de Markov induite dans un système $M/G/1$ avec priorité absolue . . . . .	47
4.4	conclusion . . . . .	53
<b>5</b>	<b>Inégalités de stabilité</b>	<b>54</b>
5.1	Estimation de la norme de déviation de l'opérateur de transition . . . . .	54
5.2	Fonction génératrice . . . . .	58
5.3	Erreur due à l'approximation . . . . .	62
5.4	Conclusion . . . . .	64
	<b>Conclusion Générale</b>	<b>65</b>
<b>A</b>	<b>Annexe</b>	<b>66</b>
A.1	Concepts de base de la théorie de probabilités . . . . .	66
A.1.1	Probabilités élémentaires . . . . .	66
A.1.2	Variable aléatoire . . . . .	67
A.1.3	Fonction génératrice . . . . .	67
A.1.4	Transformée de Laplace-Stieltjes . . . . .	67
A.1.5	Théorème des probabilités totales . . . . .	68
A.1.6	Distributions usuelles des probabilités . . . . .	68
A.1.7	Processus de Poisson . . . . .	70
A.1.8	Chaînes de Markov . . . . .	71
	<b>Bibliographie</b>	<b>73</b>