



N° d'ordre :

# UNIVERSITE DE M'SILA

FACULTE DES MATHEMATIQUES ET DE L'INFORMATIQUE

Département de Mathématiques

## MEMOIRE

Présenté pour l'obtention du diplôme de Magistère

**Filière :** Mathématiques

**Option :** Logique Mathématiques, Langages Formels  
et Analyse non Standard

**Par**

**BOUREMEL Hassane**

**Sujet**

**« Sur la relation d'ordre flou de Ponsard »**

Soutenue publiquement le 14/11/2010 devant le jury composé de :

Mr: MIHOUBI DAOUADI	Professeur, Univ. de M'sila	Président
Mr: ZEDAM Lemnaouar	Maître de Conférence(A), Univ. de M'sila	Rapporteur
Mr: AMROUNE Abdelaziz	Maître de Conférence(A), Univ. de M'sila	Examineur
Mr: MERZOUGUI Abdelkarim	Maître de Conférence(A), Univ. de M'sila	Examineur
Mr: TOUAFEK NOURESSADAT	Maître de Conférence(A), Univ. de Jijel	Examineur

Promotion: 2007/2008

# Table des matières

0.1	Introduction . . . . .	3
<b>1</b>	<b>Généralités sur les sous-ensembles et les relations floues</b>	<b>4</b>
1.1	Fonction caractéristique d'un sous ensemble. . . . .	4
1.2	Les sous-ensembles flous . . . . .	5
1.2.1	Définition d'un sous-ensemble flou . . . . .	5
1.2.2	Caractéristiques d'un sous-ensemble flou . . . . .	6
1.3	Opérations sur les sous-ensembles flous . . . . .	9
1.4	Les $\alpha$ -coupes . . . . .	14
1.4.1	Définition des $\alpha$ -coupes . . . . .	14
1.4.2	Représentation d'un sous-ensemble flou à partir des ses $\alpha$ -coupes	15
1.5	Sous-ensembles flous convexes . . . . .	17
1.6	Normes et conormes triangulaires . . . . .	18
1.7	Définition des Relations floues . . . . .	21
1.7.1	Composition de Relations floues . . . . .	27
1.8	La relation ordinaire $R_\alpha$ associés à une relation floue $R$ . . . . .	29
<b>2</b>	<b>Propriétés des relations d'ordres flous au sens de Ponsard</b>	<b>32</b>
2.1	Différents définitions de la relation d'ordre flou . . . . .	32
2.2	L'ordre flou au sens de Ponsard . . . . .	36
2.3	Eléments Particuliers . . . . .	40

2.4	Propriétés de l'ordre flou de Ponsard. . . . .	43
2.5	Caractérisations des ordres flous de Ponsard qui sont compatibles avec l'addition et la multiplication par scalaire dans l'espace vectoriel réel. . .	51
<b>3</b>	<b>Extensions linéaires (totales) d'un ordre flou ou sens de Ponsard.</b>	<b>54</b>
3.1	Théorème d'extensions linéaires des ordres flous de Ponsard. . . . .	55
3.2	Preuve constructive des extensions linéaires des ordres flous dans le cas fini.	57
3.3	Exemples de construction des extensions linéaires des ordres flous de Pon- sard dans le cas fini. . . . .	58
<b>4</b>	<b>Conclusion et perspectives</b>	<b>63</b>