

REPUBLIQUE ALGERIENNE DEMOCRATIQUE ET POPULAIRE  
MINISTERE DE L'ENSEIGNEMENT SUPERIEUR ET DE LA  
RECHERCHE SCIENTIFIQUE

UNIVERSITE MOHAMED KHIDER DE BISKRA  
FACULTE DES SCIENCES ET DES SCIENCES DE L'INGENIEUR

DEPARTEMENT DE MATHEMATIQUE

MEMOIRE DE MAGISTER

Présentée par

**HAMAIZIA Tayeb**

Spécialité : *Mathématique*

Option : *Probabilités et processus stochastiques*

**PRINCIPE DU MAXIMUM EN CONTROLE STOCHASTIQUE RELAXE  
POUR DES SYSTEMES GOUVERNES PAR DES EQUATIONS  
DIFFERENTIELLES STOCHASTIQUES RE'TROGRADES**

Soutenu le

Devant le jury composé de :

MEZERDI Brahim	Professeur	Université de Biskra	Président
NECIR Abelhakim	Professeur	Université de Biskra	Examineur
BAHLALI Seid	Maître de Conférences	Université de Biskra	Rapporteur
BELKEMI Lamine	Maître de Conférences	Université de Batna	Examineur

## Résumé

Dans ce travail, nous nous intéressons aux conditions nécessaires d'optimalité en contrôle stochastique relaxé, dont le système est gouverné par des équations différentielles stochastiques rétrogrades. Le résultat sera établi en utilisant principalement le résultat de Dokuchaev-Zhou et le principe variationnel d'Ekeland.

Le premier chapitre est consacré à l'introduction des résultats principaux des équations différentielles stochastiques rétrogrades et spécialement le théorème d'existence et d'unicité de Pardoux-Pengr

Dans le deuxième chapitre, on donne un exposé détaillé du principe du maximum des système gouvernés par des équations différentielles stochastiques rétrogrades établi par N. Dokuchaev, XY. Zhou

Le troisième chapitre est consacré au résultat principal de ce mémoire et qui consiste en des conditions nécessaires d'optimalité en contrôle stochastique relaxé des systèmes gouvernés par des équations linéaires différentielles stochastiques rétrogrades.

**Mots clés.** Equation différentielle stochastique rétrogrades, Contrôle relaxé, Principe du maximum, Principe variationnel, Processus adjoint.

**Processus stochastiques et contrôle optimal.**

**AMS Subject Classification.** 93 Exx.

# Table des matières

0.1	Introduction . . . . .	2
<b>1</b>	<b>Equations Différentielles Stochastiques Rétrogrades</b>	<b>5</b>
1.1	Présentation du problème . . . . .	5
1.2	Le cas lipschitzien . . . . .	10
1.3	Le rôle de $Z$ . . . . .	14
1.4	Une estimation a priori . . . . .	16
1.5	Equation différentielle stochastique rétrograde linéaire . . . . .	18
<b>2</b>	<b>Principe du maximum en contrôle optimal pour des équations différen-</b>	
	<b>tielles stochastiques rétrogrades</b>	<b>20</b>
2.1	Formulation du problème et hypothèse . . . . .	21
2.2	Conditions nécessaires d'optimalité . . . . .	24
<b>3</b>	<b>Principe du maximum en contrôle relaxé pour des équations différen-</b>	
	<b>tielles stochastiques rétrogrades</b>	<b>36</b>
3.1	Formulation du problème et notations . . . . .	37
3.2	Approximation des trajectoires . . . . .	40
3.3	Principe du Maximum Approché . . . . .	44
3.4	Principe du maximum relaxé . . . . .	48