



REPUBLIQUE ALGERIENNE DEMOCRATIQUE ET POPULAIRE



MINISTRE DE L'ENSEIGNEMENT SUPERIEUR  
ET DE LA RECHERCHE SCIENTIFIQUE

UNIVERSITE MOHAMED KHEIDER DE BISKRA

FACULTE DES SCIENCES ET SCIENCES DE L'INGENIEUR

DEPARTEMENT D'ELECTRONIQUE

N° d'ordre : .....

Série : .....

MEMOIRE

Présenté pour obtenir le diplôme de Magister en  
Electronique

Option

Architecture des systemes

Intitulé :

**Commande des systèmes linéaires à paramètres variables (LPV):  
Approches robustes, gain programmable et LMI.**

PAR

**DJEBBAR MOHAMED**

Soutenu le : ...../...../2006

Devant le jury

Nom et prénoms	Grade	Etablissement	Qualité
Dr S. M. Mimoune	Prof.	Université de Biskra	Président
Dr N. Goléa	Prof.	Centre Univ. Oum El Bouaghi	Rapporteur
Dr A. Maakouf	M.C.	Université de Batna	Examineur
Dr A. Benakcha	M.C.	Université de Biskra	Examineur
M. Boumehrez	C.C.	Université de Biskra	Invité

## ملخص

إن التحكم في الأنظمة الفيزيائية يعتمد أساساً على نموذجها الرياضي والذي لا يمثل في واقع الأمر النمط الحقيقي لهذه الأنظمة بشكل دقيق. وعادة ما يكون النموذج الرياضي غير خطي، مما يؤدي إلى تعقيد عملية البحث عن قوانين التحكم. وقوانين التحكم تعتمد في معظمها على الأنظمة الخطية مما يدفعنا إلى صياغة بعض الأنظمة غير الخطية بطريقة خطية ذات عوامل متغيرة (LPV)، ثم نبني على هذا الأساس قوانين تحكم تؤدي إلى استقرار الأنظمة مع مراعاة المتانة بغية الوصول إلى درجة معينة من الأداء الجيد. واعتمدنا في هذه المذكرة استعمال طريقة ( $H_\infty$ ) من أجل تقليل الارتياح، وطريقة المتراجحات الخطية ذات المصفوفات (LMI) لدراسة استقرار الأنظمة الخطية ذات العوامل المتغيرة (LPV). بالإضافة إلى ذلك، استعملنا (gain scheduling) لربط مجموعة من المنظمات تبعاً لتغير العوامل. وتطبيقاً لما ذكرنا قمنا بدراسة التحكم في توازن نواس مقلوب بواسطة ذراع دوار، والتحكم الطولي في نموذج رياضي لصاروخ جو-جو في مجال طيران واسع.

## Résumé

La totalité des systèmes physiques présentent des variations paramétriques dues à des différentes conditions de fonctionnement. En plus, une grande classe des systèmes non linéaires peut être modélisée sous forme de systèmes LPV. Les techniques de commande classiques ne prennent pas en compte cette variation qui influe sur la dynamique et la performance du système contrôlé. La commande robuste basée sur les techniques  $H_\infty$  et  $H_2$  permet de minimiser l'influence des perturbations et des incertitudes sur le comportement du système bouclé. La commande à gain programmable permet l'ordonnancement de plusieurs régulateurs suivant les valeurs des paramètres variables, servant ainsi à optimiser le comportement du système contrôlé pour les différents régimes de fonctionnement. Les inégalités matricielles linéaires (LMI) forment un moyen d'actualité pour étudier la stabilisation des systèmes LPV, ainsi que pour la conception de régulateurs capables d'assurer une bonne performance sur un large domaine de variation paramétrique et de conditions de fonctionnement. Dans ce travail nous allons investir l'application des trois techniques suscitées dans la commande des systèmes non linéaires représentés sous forme de systèmes linéaires LPV.

# Sommaire

Résumé	i
Sommaire	ii
Notations et acronymes	v
Introduction générale	1
Organisation du mémoire	3
<b>Chapitre I Modélisation des systèmes LPV</b>	
Introduction	05
1 Stabilité des systèmes dynamiques	06
1.1 Définition	06
1.2 Stabilité au sens de Lyapunov :	06
1.2.2 Stabilité des trajectoires d'équilibre	06
1.2.3 Stabilité asymptotique uniforme globale	07
1.2.4 La méthode directe de la stabilité au sens de Lyapunov	07
1.2.5 Fonction de Lyapunov quadratique	08
1.3 Stabilité au sens BIBO: (bounded input bounded output)	08
1.3.1 Condition fondamentale de stabilité :	08
1.3.2 $L_q$ -stabilité	09
1.3.3 Théorème du petit gain	09
1.3.4 Liens entre la stabilité au sens de Lyapunov et la stabilité entrée/sortie	10
1.4 Système linéaire :	11
1.4.1 Classes des systèmes linéaires	11
1.4.2 Trajectoires et caractérisation de la stabilité	11
1.4.3 Systèmes linéaires à temps invariant (LTI) :	12
1.4.4 Systèmes linéaires à temps variant (LTV)	13
1.4.5 Systèmes linéaires à paramètres variables (LPV)	14
1.5 Systèmes « quasi-LPV » et systèmes non linéaires	16
1.6 Stabilité des systèmes LPV	19
1.7 Modélisation des systèmes LPV	20
1.7.1 Modèle affine et modèle polytopique	20
1.7.1.1 Le modèle affine	20
1.7.1.2 Modèle polytopique	21
Conclusion	23

## Chapitre II Approche $H_\infty$

Introduction	24
2. Analyse en robustesse et en performance des systèmes bouclés	25
2.1 Spécification fréquentielles de performance :	25
2.1.1 Fonctions de sensibilité	25
2.1.2 Objectifs de commande	27
2.1.3 Rejet de perturbation $b$	27
2.1.4 Réduction du bruit de mesure $w$	28
2.1.5 Suivi de référence $r$ : précision	29
2.2 Spécification fréquentielles de robustesse	30
2.2.1 Etude de la robustesse en stabilité	31
2.2.2 Définition de la famille de modèles	31
2.2.3 Analyse de la stabilité par le critère de Nyquist	32
2.2.4 Description des incertitudes en utilisant les pondérations fréquentielles	36
2.2.5 Choix de la fonction de pondération	37
2.2.6 Critère $H_\infty$ avec les fonctions de pondération	38
2.2.6.1 Mise en forme standard du critère $H_\infty$	39
2.3 Problème $H_\infty$ standard	41
2.3.1 Synthèse d'un correcteur $H_\infty$ par retour de sortie	41
Conclusion	47

## Chapitre III Inégalité Matricielle Linéaire (LMI)

Introduction	48
3.1 Problème d'optimisation	49
3.1.1 Ensembles convexes	52
3.1.2 Fonctions convexes	50
3.1.3 Fonctions quasi-convexes	51
3.2 Optimisation LMI	52
3.2.1 Problèmes d'optimisation sous contraintes LMI :	52
3.2.2 Problème de Faisabilité	53
3.2.2.1 Stabilité des systèmes dynamiques en utilisant le problème de faisabilité	53
3.2.3 Problème de minimisation d'une fonction de coût linéaire	55
3.2.4 Lemme de Schur :	57
3.2.4.1 Intérêt du lemme de Schur :	57
3.3 Synthèse d'un correcteur $H_\infty$ par retour d'état	59
3.4 Existence d'un correcteur $H_\infty$	61
3.4.1 Synthèse $H_\infty$ par retour de sortie	62

3.5 Calcul de l'asservissement en position d'un moteur	63
3.6 Extension aux systèmes LPV	74
3.5.1 Extension de la norme $H_\infty$	74
3.5.2 Performance quadratique de type $H_\infty$ pour les systèmes LPV	74
Conclusion	75
<b>Chapitre IV Synthèse de lois de commande à paramètre variable</b>	
Introduction	76
4.1 Correcteurs polytopiques	77
4.2 Critère de type $H_\infty$	80
4.2.1 Utilisation du changement de variables	82
<b>Simulation</b>	
4.3 Commande d'un robot sous-actionné	84
4.3.1 Le modèle LPV avec structure polytopique	87
4.3.2 Structure de la loi de commande	87
4.3.3 Synthèse d'un correcteur LPV polytopique	89
4.4 Commande d'un système d'ordre 1 avec constante du temps variable	92
4.4.1 Spécifications et choix des filtres	92
4.4.1.1 Filtre de performances	93
4.4.1.2 Filtre de robustesse	93
4.5 Pilotage d'un missile	98
4.5.1 Description et analyse du problème	98
4.5.2 Mise en forme du problème de synthèse	99
4.5.3 Modèle polytopique du missile	99
4.5.4 Description du modèle de synthèse	100
4.5.5 Choix des filtres et résolution	101
4.5.5.1 Filtre de performances	101
4.5.5.2 Filtre de robustesse	102
4.5.6 Résolution et implémentation du correcteur :	102
4.5.7 Simulations et interprétation	103
Tests <i>LTI</i>	104
Tests <i>LPV</i>	106
Conclusion	109
<b>CONCLUSION GENERALE</b>	110
<b>BIBLIOGRAPHIE</b>	112