MINISTERE DE L'ENSEIGNEMENT SUPERIEUR ET DE LA RECHERCHE SCIENTIFIQUE

UNIVERSITE MOHAMED KHIDER BISKRA

FACULTE DES SCIENCES ET DES SCIENCES DE L'INGENIEUR

DEPARTEMENT DE MATHEMATIQUES

Option : Analyse et Modèles aléatoires

MEMOIRE

pour l'Obtention du Grade de **Magister** en Mathématiques

présenté par

Farid CHIGHOUB

SUR L'EQUATION DE HAMILTON BELLMANN JACOBI EN CONTROLE OPTIMAL STOCHASTIQUE

devant le jury composé de :

Lamine **MELKEMI**	MC	Univ. Batna	Président
Brahim **MEZERDI**	Pr	Univ. Biskra	Rapporteur
Abdelhakim **NECIR**	MC	Univ. Biskra	Examinateur
Seïd **BAHLALI**	Dr CC	Univ. Biskra	Examinateur

13 avril 2005

Résumé

Dans ce travail, nous nous sommes intéressés aux problèmes de contrôle optimal stochastique où le système est gouverné par une équation différentielle stochastique du type Ito. Plus précisémment, notre intérêt s'est porté sur les conditions nécessaires d'optimalité ainsi que sur le principe de la programmation dynamique. Le premier chapitre est une introduction à la théorie des processus stochastiques, on rappelle les principaux outils qui seront utilisés par la suite. Au second chapitre, on définit le problème de contrôle et on étudie en détails l'équation de la programmation dynamique, appelée aussi équation de Hamilton Bellmann Jacobi. Le troisième chapitre est une étude du principe du maximum stochastique. On traite l'approche de Haussmann utilisant la transformation de Girsanov, ainsi que celle de Peng pour les systèmes où le coefficient de diffusion dépend explicitement du contrôle. Au dernier chapitre nous étudions le lien qui existe entre le principe du maximum et le principe de la programmation dynamique. On montre en particulier que le processus adjoint est la dérivée spatiale de la fonction de valeur.

Abstract

In this work, we are interested in stochastic control problems where tyhe system is governed by the solution of a stochastic differential equation of the Ito type. More precisely, our interest was focused on necessary conditions of optimality as well as on the dynamic programming principle. The first chapter is an introduction of the theory of stochastic processes, we recall the main tools which will be used in the sequel. In the seocnd chapter, we define the stochastic control problem and we study in details the dynamic programming equation called Hamilton Bellmann jacobi equation. The third chapter is a study of the stochastic maximum principle. We treat the Haussmann's version using the Girsanov transformation theorem, as well as the Peng's one for systems where the diffusion coefficient is controlled. In the last chapter we study the link between the the maximum principle and the dynamic programming principle. It is proved in particular that the adjoint process is linked in some way to the derivative of the value function.

Key words. Stochastic differential equation- Stochastic control- Maximum principle - Dynamic programming - Viscosity solution - Adjoint process - HJB equation.

Processus stochastiques et Contrôle Optimal.

AMS Subject Classification. Primary 93E20, 60H30. Secondary 60G44, 49N10

Table des matières