

République Algérienne Démocratique et Populaire  
Ministère de l'Enseignement Supérieur et de la Recherche Scientifique

UNIVERSITE MOHAMED KHIDER BISKRA  
FACULTE DES SCIENCES ET DES SCIENCES DE L'INGENIEUR  
DEPARTEMENT DE MATHEMATIQUES

# MEMOIRE

Présenté en vue de l'obtention du diplôme de  
Magister en Mathématiques

Par  
MEDDI Fatima

Thème

Sur l'estimation de la Prime de  
la Réassurance pour les Risques Extrêmes

Option  
Analyse & Modèles Aléatoires

Soutenu publiquement le:

Devant le jury:

Président :	<b>B. MEZERDI</b>	<b>PR.</b>	<b>U.M.K. Biskra.</b>
Rapporteur :	<b>A. NECIR</b>	<b>PR.</b>	<b>U.M.K. Biskra.</b>
Examineur :	<b>S. BAHLALI</b>	<b>DR. M.C.</b>	<b>U.M.K. Biskra.</b>
Examineur :	<b>A. BELAAGOUN</b>	<b>DR. M.A.C.C</b>	<b>U.M.K.Biskra.</b>

# Table des matières

0.1	Introduction . . . . .	6
0.2	Notations . . . . .	8
<b>1</b>	<b>Théorie des Valeurs Extrêmes</b>	<b>10</b>
1.1	Rappels et définitions . . . . .	10
1.1.1	Statistique d'ordre . . . . .	10
1.1.2	Distribution empirique . . . . .	11
1.1.3	Distribution à variations régulières . . . . .	12
1.1.4	Distribution heavy-tailed . . . . .	13
1.2	Le modèle EVD . . . . .	14
1.2.1	Distribution des valeurs extrêmes . . . . .	14
1.2.2	Caractérisation des domaines d'attraction . . . . .	16
1.2.3	Estimateur de Hill . . . . .	17
1.3	Le modèle GEV . . . . .	19
1.3.1	Distribution des valeurs extrêmes généralisée . . . . .	19
1.3.2	Estimation des paramètres de la $GEV(\mu, \sigma, \gamma)$ . . . . .	22
1.4	Le modèle POT . . . . .	24
1.4.1	Distribution de Pareto généralisée . . . . .	24
1.4.2	Loi des excès . . . . .	25
1.4.3	Théorème de Pickands [39] . . . . .	25
1.4.4	Stabilité du seuil . . . . .	26
1.4.5	Choix du seuil . . . . .	26
1.4.6	Estimation des paramètres de la $GPD(\mu, \sigma, \gamma)$ . . . . .	28
1.5	Estimation des quantiles extrêmes . . . . .	29
1.5.1	Approche EVD . . . . .	30
1.5.2	Approche POT . . . . .	30
1.5.3	Approche des quantiles . . . . .	31
<b>2</b>	<b>Généralités sur la Théorie de Risque</b>	<b>33</b>
2.1	Introduction . . . . .	33
2.2	Processus du nombre de revendications . . . . .	35
2.2.1	Processus de renouvellement . . . . .	35

2.2.2	Processus de Poisson homogène . . . . .	36
2.2.3	Processus de Poisson mélangé . . . . .	36
2.3	Montant global de revendications . . . . .	37
2.3.1	Le modèle individuel . . . . .	38
2.3.2	Le modèle collectif . . . . .	39
2.4	La prime . . . . .	39
2.4.1	Principe de calcul de prime . . . . .	40
2.4.2	Propriétés de bonnes primes . . . . .	40
2.4.3	Quelques principes de base . . . . .	41
2.5	Processus de la réserve de risque . . . . .	42
2.5.1	Probabilité de ruine . . . . .	43
2.5.2	Conclusion . . . . .	44
<b>3</b>	<b>Assurance et Réassurance</b>	<b>45</b>
3.1	Introduction . . . . .	45
3.2	Généralités sur l'assurance . . . . .	46
3.2.1	Principe de l'assurance . . . . .	46
3.2.2	Types de l'assurance . . . . .	47
3.2.3	Pourquoi la nécessité de la réassurance? . . . . .	47
3.3	La réassurance . . . . .	48
3.3.1	Les fonctions d'un réassureur . . . . .	49
3.3.2	Principe du contrat d'un réassureur . . . . .	50
3.3.3	Techniques de la réassurance . . . . .	51
3.3.4	La réassurance financière . . . . .	55
3.3.5	Conclusion . . . . .	55
3.4	Un mot sur l'actuariat . . . . .	56
<b>4</b>	<b>Estimation de la Prime de Risque-Ajustée</b>	<b>57</b>
4.1	Introduction . . . . .	57
4.1.1	Principe de la prime de Wang . . . . .	58
4.2	Approche de distribution empirique . . . . .	59
4.2.1	Construction de l'estimateur $\hat{\Pi}_{u_n}^1$ . . . . .	59
4.2.2	Normalité asymptotique de l'estimateur $\hat{\Pi}_{u_n}^1$ . . . . .	61
4.3	Approche des excès ( <i>POT</i> ) . . . . .	65
4.3.1	Construction de l'estimateur $\hat{\Pi}_{u_n}^2$ . . . . .	65
4.3.2	Normalité asymptotique de l'estimateur $\hat{\Pi}_{u_n}^2$ . . . . .	67
4.4	Approche des quantiles extrêmes . . . . .	72
4.4.1	Construction de l'estimateur $\hat{\Pi}_{u_n}^3$ . . . . .	72
4.4.2	Normalité asymptotique de l'estimateur $\hat{\Pi}_{u_n}^3$ . . . . .	73
4.5	Simulation des résultats . . . . .	78

4.5.1	Génération d'une loi connue . . . . .	78
4.5.2	Simulation pour $\hat{\Pi}_{u_n}^1$ . . . . .	80
4.5.3	Simulation pour $\hat{\Pi}_{u_n}^2$ . . . . .	88
4.5.4	Simulation pour $\hat{\Pi}_{u_n}^3$ . . . . .	91
4.5.5	Comparaison entre $\sigma_1^2(p, \gamma)$ et $\sigma_3^2(p, \gamma)$ . . . . .	99
4.6	Conclusion . . . . .	104

**Résumé** : La motivation principale de notre mémoire de Magister est l'estimation de la prime nette pour les plus grandes couvertures des revendications actuarielles de la réassurance, c'est-à-dire au-delà d'un seuil élevé du risque. En exploitant les modèles existants dans la théorie des valeurs extrêmes, on propose quelques estimateurs à cette prime en décrivant leur comportement asymptotique.

**Mots clés** : Queues lourdes, Théorie des valeurs extrêmes, Calcul de prime, Grandes revendications, Traité de réassurance.

**Abstract** : The main motivation of our memory of Magister is the estimation of the net premium for the largest actuarial claim covers of reinsurance that is beyond a high threshold of risk. By the exploitation of models existing in the theory of extreme values, one proposes some estimators to this premium by describing their asymptotic behaviour..

**Cey words** : Heavy tails, Extreme value theory, Premium calculation, Large claims, Reinsurance treaty.