



**UNIVERSITE KASDI MERBAH
OUARGLA**

N° d'ordre :
N° de série :

Faculté des Sciences et Sciences de l'ingénieur

**DEPARTEMENT DE :
MATHEMATIQUES ET INFORMATIQUE**

MAGISTER

**Spécialité : Mathématiques
Option : Analyse numérique et E. D. P**

Par : MERABET Ismail

Thème

**Quelques problèmes de perturbations singulières rencontrés
dans l'analyse asymptotique de coques élastiques minces**

Soutenu publiquement le : 01/03/2006

Devant le jury composé de :

Settou Nouredine	Maître de conférences à l'université de KASDI MERBAH - Ouargla Président
Mekias Hocine	Professeur à l'université FERHAT ABBAS - Sétif Examineur
Benabderhmane Benyettou	Maître de conférences à l'université de THLEDJI AMAR - Laghouat Examineur
Mohammed Said Said	Maître de conférences à l'université de KASDI MERBAH- Ouargla Examineur
Djamel Ahmed Chacha	Maître de conférences à l'université de KASDI MERBAH - Ouargla Rapporteur

Table des matières

Introduction □ □ □	□ 5
Notations et conventions □	□ 8
1 Rappel sur la théorie des surfaces et la théorie classique des coques minces	9
1.1 Rappel sur la théorie locale des surfaces	10
1.1.1 La dérivée covariante d'un vecteur (ou tenseur)	11
1.1.2 Classification des surfaces et lignes asymptotiques	12
1.1.3 Surfaces réglées	13
1.2 Problème de Cauchy et courbes caractéristiques	16
1.2.1 Cas d'un système du premier ordre	16
1.3 La théorie classique des coques minces: Le modèle bidimensionnel linéarisé de W.T Koiter	20
1.3.1 La formulation variationnelle	21
1.3.2 Etude de la coercivité	22
1.4 Classification des coques élastiques minces	24
1.4.1 Classification inhibée et non inhibée	24
1.4.2 Classification suivant l'énergie dominante	27
1.5 Étude des coques inhibées :	30
1.5.1 L'espace V_m	30
2 Problèmes de perturbations singulières avec problème limite à énergie non bornée	33
2.1 Exemples en dimension un	33
2.1.1 Étude du problème limite	34
2.1.2 Exemple 1:	36
2.1.3 Exemple 2 :	41
2.2 Problèmes des coques minces à énergie non bornée : Cas des coques elliptiques :	45
2.2.1 Régularité de la solution du problème limite	45
2.2.2 Étude d'un problème modèle	46

3	Propagation et réflexion des singularités dans la théorie des coques minces	57
3.1	Exemple :	57
3.2	La théorie classique des propagations des singularités	58
3.2.1	Le spectre singulier différentiable (le front d'onde).	58
3.2.2	Propagation des singularités pour les coques paraboliques	60
3.3	Étude des chargements utilisés.	60
3.4	Étude de quelques cas tests.	62
3.5	Réflexion des singularités pour les coques paraboliques	70
3.5.1	Structure des couches internes	72
3.5.2	Le processus asymptotique:	74
3.5.3	Existence et unicité de U_0	75
3.5.4	La détermination de U_0	76
4	Les problèmes sensitifs et le phénomène de complexification dans la théorie des coques minces	79
4.1	Le premier problème modèle	80
4.1.1	La formulation variationnelle:	81
4.1.2	L'étude du problème limite $P(0)$	84
4.2	Deuxième problème modèle	92
I	Conclusion et perspectives	97
II	Bibliographie	101
III	Annexes	107
A	Commentaire sur les suites complexifiantes	109
B	Programmes en MATLAB pour tracer les graphes de \hat{u}^ε et u^ε	117

.V

 $\varepsilon = 0$ $0 < \varepsilon$

V

Abstract:

In this dissertation, we have studied a kind of singular perturbation problems depending on small parameter, which are classical for $\varepsilon > 0$ but ill-posed for $\varepsilon = 0$, the motivation comes from the thin elastic shell theory.

We have interesting on the boundary layers, the propagation of singularities and the sensitivity phenomena. For the internal layers, we have described there structures for an elliptic and parabolic model problem, we also studied the propagation and the reflexion of singularities, In the last chapter we proposed tow examples of sensitive singular problems.

Key words : thin elastic shell, singular perturbation, asymptotic analysis, boundary and inernal layers.

Résumé:

Dans ce mémoire, des problèmes de perturbations singulières dépendent d'un petit paramètre $\varepsilon > 0$, apparaissant dans la théorie des coques minces ont été étudiés. Ces problèmes sont bien posés dans l'espace des déplacements admissibles pour $\varepsilon > 0$ mais pour $\varepsilon = 0$ sont mal posés. Nous avons mis en évidence les phénomènes de manque de la régularité qui se manifestent par l'apparition des couches limites et internes, ce qui rend la simulation numérique difficile Nous avons établi les phénomènes de propagation et de réflexion des singularités pour les coques paraboliques, nous avons montré que qu'on peut avoir des réflexions des singularités pour les coques paraboliques . Par ailleurs, nous avons établi à partir d'un modèle simplifiée le phénomène de la sensibilité qui rend la simulation numérique impossible.

Mots-clés : coques élastiques minces, perturbation singulière, analyse asymptotique, couches limites et internes.