



**UNIVERSITE KASDI MERBAH
OUARGLA**

N° d'ordre :
N° de série :

Faculté des Sciences et Sciences de l'ingénieur

**DEPARTEMENT DE :
MATHEMATIQUES ET INFORMATIQUE**

MAGISTER

**Spécialité : Mathématiques
Option : Analyse numérique et E. D. P**

Par : MILOUDI Madjda

Thème

**Analyse asymptotique des coques minces non linéairement
élastiques**

Soutenu publiquement le : 01 / 03 / 2006

Devant le jury composé de M M :

**N. SETTOU
H. MEKIAS
B. BENYETTOU
M. S. SAID
D. A. CHACHA**

M. C à l'université de KASDI MERBAH - Ouargla :
Pr. à l'université de FERHAT Abbas - Sétif:
M. C à l'université de THLEDJI AMAR - Laghouat:
M. C à l'université de KASDI MERBAH - Ouargla :
M. C à l'université de KASDI MERBAH - Ouargla :

**Président
Examineur
Examineur
Examineur
Rapporteur**

Table des matières

0.1	Introduction Générale	1
0.2	Principales notations et définitions	7
1	ÉLASTICITÉ NON LINÉAIRE SUR UNE COQUE MINCE	10
1.1	Introduction	10
1.2	Élasticité tridimensionnelle	11
1.2.1	Lois de comportement des matériaux élastiques	15
1.3	Problème variationnel en coordonnées cartésiennes	16
1.4	Modélisation d'une coque élastique mince	24
1.4.1	Le problème variationnel sur l'ensemble Ω^ε	27
2	L'ANALYSE ASYMPTOTIQUE FORMELLE DES COQUES NON LINÉAIRE- MENT ÉLASTIQUES MINCES	29
2.1	Introduction	29
2.2	Position du problème variationnel sur un domaine indépendant de l'épaisseur	31
2.3	Identification d'un problème variationnel bidimensionnel	33
2.3.1	Modèles formels de coques membranaires	43
2.3.2	Modèle formel couplé flexion-membrane	54
2.4	Linéarisation des modèles limites	68
3	LA JUSTIFICATION D'UN MODÈLE DE COQUES MINCES NON LINÉAIREMENT ÉLASTIQUES MEMBRANAIRES PAR DÉVELOPPE- MENT ASYMPTOTIQUE DE L'ÉNERGIE	74
3.1	Introduction	75
3.2	Formulation du problème tridimensionnel	75
3.3	Mise à l'échelle	79
3.4	Procédure du développement asymptotique	81
3.4.1	Calcul des termes du développement asymptotique de l'énergie	84
3.5	Résolution des premiers problèmes variationnels	86
3.5.1	Problèmes sans forces extérieures	87

3.5.2	Résolution du problème P_0	89
3.6	Modèle membranaire non linéaire	89
A	Équations d'équilibre et loi de comportement en coordonnées curvilignes	95
	Bibliographie	99

Résumé

Dans ce travail, on effectue l'analyse asymptotique d'un modèle tridimensionnel de coques non linéairement élastiques, constituées d'un matériau non homogène et anisotrope. On choisit le couple composé du champ de déplacement et le tenseur des contraintes de la coque comme inconnue du problème, et on applique la méthode des développements asymptotiques formels, avec l'épaisseur de la coque comme petit paramètre. En faisant des hypothèses sur les forces appliquées et selon les propriétés de la variété associée des déplacements inextensionnels admissibles, on retrouve les modèles bidimensionnels non linéaires membranaire et couplé flexion-membrane et la loi de comportement limite. D'une autre façon, on choisit la déformation de la coque comme inconnue du problème de minimisation de la fonctionnelle de l'énergie, et on applique la méthode des développements asymptotiques formels, avec l'épaisseur de la coque comme petit paramètre et en faisant des hypothèses sur les forces appliquées, on obtient le modèle bidimensionnel non linéaire de coques membranaires.

Mots-clés: Analyse asymptotique, Modèle de coque, Elasticité non linéaire.

ملخص

في هذا العمل نطبق التحليل المقارب على مسألة المرونة غير الخطية لنموذج ثلاثي البعد لجسم منحنى مرن غير خطي مركب من مادة غير متجانسة و متباينة الخواص. حيث نختار الثنائية المكونة من شعاع الموضع و الكمية الموترية للضغط الخاصة بكل جسم منحنى كمجهول للمسألة نطبق طريقة النشر المقارب الشكلي حيث سمك الجسم المنحنى صغير جدا. نأخذ فرضيات على القوى المطبقة و خصائص مجموعة أشعة الموضع غير الممددة المقبولة نجد نموذجين ثنائيي البعد موضوعين على المساحة الوسطى غير خطيين غشائي (membranaire) و مزدوج انحناء- غشاء (couplé flexion- membrane) قانون السلوك الحدي. من جهة أخرى و بنفس الطريقة بحيث نعتبر التشويه كمجهول لمسألة البحث عن العنصر الأصغر لدالة الطاقة و بوضع فرضيات على القوى نجد نموذج لجسم منحنى غشائي (membranaire) موضوع على المساحة الوسطى (ثنائيي البعد).

Abstract

In this work, we consider the asymptotic analysis of a three-dimensional model of nonlinearly elastic shells, constituted by a non homogeneous and anisotropic material. We choose the couple composed of the field of displacement and the tensor of the constraints of the shell as the unknown of the problem, and we apply the method of the formal asymptotic expansions, with the thickness of the shell as small parameter. Making appropriate assumptions on the applied forces and on the properties of the associated manifold of admissible inextensionnels displacements; we find again the nonlinear bi-dimensional models membrane and coupled flexural-membrane and the law of limits behavior. In other way, we choose the deformation of the shell as unknown of the problem of minimization of the functional of energy, and we apply the method of the formal asymptotic expansions, with the thickness of the shell as small parameter and making appropriate assumptions on the applied forces, we find the nonlinear bi-dimensional model of the membranes shells.

Key-words Asymptotic analysis, shell model, nonlinear elasticity.