

REPUBLIQUE ALGERIENNE DEMOCRATIQUE ET POPULAIRE
MINISTERE DE L'ENSEIGNEMENT SUPERIEUR ET DE LA RECHERCHE SCIENTIFIQUE
UNIVERSITE HADJ LAKHDAR – BATNA
FACULTE DES SCIENCES
Département de maths

MEMOIRE

Présenté par

Mme LAASMI Hakima née SEKHRI

En vue de l'obtention du diplôme de

MAGISTER

Option : Mathématiques appliquées

Thème

**ECOULEMENT BIDIMENSIONNEL A SURFACE LIBRE SUR UNE DEPRESSION
DE FORME TRIANGULAIRE**

Jury

PRESIDENT	L . BENCHEIKH	Prof	Université. SETIF
RAPPORTEUR	H . MEKIAS	Prof	Université. SETIF
EXAMINATEURS :	S . REBIAI	Prof	Université. BATNA
	K . MESSAOUDI	M.C	Université. BATNA
	B . BOUDERAH	M.C	Université. MSILA

TABLE DES MATIERES

Introduction générale

Chapitre I

I.1 Introduction	5
I.2 Equations du mouvement des fluides	13
I.2.1 Equation de continuité	14
I.2.2 Dynamique des fluides Newtoniens	16
I.2.3 Equation de Navier - Stokes	18
I.3 Ecoulement bidimensionnel, irrotationnel et stationnaire d'un fluide parfait et incompressible	22
I.4 Utilisation de la théorie de la variable complexe	25
I.5 Analyse dimensionnelle.....	28

Chapitre II

II.1 Introduction	31
II.2 Position du problème	34
II.3 Théorie des lignes de courant libres	36
II.4 Transformation de Schwartz-Christoffel	37
II.5 Solution exacte	39

Chapitre III

III.1 Introduction	51
III.2 Formulation du problème	52
III.3 Méthode de séries.....	58

III.3.1 Comportement local de la vitesse au voisinage des singularités	63
III.3.2 Formulation de la série	67
III.4 Résultats et discussions	73

Annexe

A.1 Méthode de Newton pour la résolution d'un système d'équations non linéaires $F(X) = 0$	87
A.2 Algorithme de Newton	88
A.3 Méthode de factorisation de Doolittle $A \rightarrow LU$ pour la résolution d'un système linéaire $AX = B$	88
A.4 Algorithme de factorisation de Doolittle $A \rightarrow LU$	90
A.5 Programme de Newton	91

Conclusion

References

ملخص : في هذا البحث، نقوم بدراسة مسألة تدفق كموني ذو بعدين على سطح مستوي أفقي، يحتوي على حفرة بشكل مثلث متساوي الساقين ذو عمق منته و ذو السطح العلوي حر في غياب تأثير الجاذبية. زيادة على ذلك إذا اعتبرنا أن تأثير القوى السطحية معدوم فإن المسألة لها حل تام و ذلك باستعمال طريقة خطوط التيار الحرة و التحويلات المتطابقة لكيرشوف (1869). إذا اعتبرنا أن تأثير القوى السطحية غير معدوم فإن المسألة ليس لها حل تام و بذلك نلجأ إلى الحلول العددية. باستعمال التحويلات المتطابقة مع نظرية التوابع التحليلية فإن المسألة تصبح ذات بعد واحد. حلول عددية حسبت بدلالة عدد ويبر α : وسيط معدوم الوحدة يمثل مدى شدة القوى السطحية. إذا $\alpha \rightarrow \infty$ فإن الحل العددي ينطبق مع الحل التام في حالة غياب القوى السطحية و إذا $\alpha \rightarrow 0$ فإن القوى السطحية تؤول إلى ∞ و بذلك التدفق يصير تدفق منتظم ذو سرعة ثابتة مع استوائية السطح الحر.

كلمات المفاتيح : سائل، تدفق، خطوط التيار، تدفق كموني، سطح حر، توتر سطحي، عدد ويبر

Résumé : Dans le présent travail, on étudie un problème d'écoulement potentiel et bidimensionnel à surface libre sur une dépression triangulaire isocèle en négligeant les forces de gravité. De plus, si l'effet des tensions de surface est nul, une solution exacte peut être calculée en utilisant la méthode des lignes de courant libres et la transformation hodographe due à *Khirchoof* (1869). Si on considère les tensions de surface, le problème n'admet pas une solution exacte, alors on adopte une méthode numérique en utilisant quelques transformations conformes pour réduire le problème unidimensionnel. Des solutions ont été calculées numériquement en fonction du nombre de *Weber* α , un paramètre adimensionnel du problème, caractérisant l'intensité des tensions de surface.

Quand $\alpha \rightarrow \infty$, la solution se confond avec la solution exacte sans tension de surface, et quand $\alpha \rightarrow 0$, les tensions de surface sont infinies et l'écoulement devient un écoulement uniforme à vitesse constante avec une surface libre plane.

Mots clés : fluide, écoulement, ligne de courant, écoulement potentiel, surface libre, tension de surface, nombre de *Weber*.

Abstract : In the present work, we study a problem of a potential and bidimensional flow over a horizontal bottom with a depression in the form of a isosceles triangular neglecting the gravity. If we also neglect the effects of surface tensions, the problem has an exact solution that can be computed via free stream-lines theory and an hodograph transformation due to *Khirchoof* (1869). If the surface tensions are not neglected, the problem does not have an exact solution, hence, we develop a numerical procedure based on conform transformations that reduce the problem to one-dimensional. We computed numerically solutions in function of the *Weber* number α , a non-dimensional parameter of the problem characterizing the intensity of the surface tensions.

If $\alpha \rightarrow \infty$, the numerical solution tends to the exact solution in case of neglected the surface tension, and if $\alpha \rightarrow 0$, the surface tensions tend to infinity, the flow becomes a uniform flow with a constant velocity and a horizontal plane free surface.

Key Words : fluid, flow, streamline, potential flow, free surface, surface tension, Weber number.