

République Algérienne Démocratique et Populaire  
Ministère de l'Enseignement Supérieur et de la Recherche Scientifique  
Université M'hamed Bouguerra - Boumerdès



Faculté des Sciences  
Département d'Informatique

## Mémoire

*Pour l'obtention du diplôme de*  
Magister en Informatique  
Option : Informatique Fondamentale

---

*Thème :*

*Une Machine Abstraite pour le système*  
 *$\lambda\beta^+$  -calcul*

---

## **JURY**

- Mr. Mohamed Ahmed Nacer   Maître de conférence   Président de jury
- Mr. Ahmed Ouamar           Maître de conférence   Examinateur
- Mr. Mohamed Mezghiche    Professeur                Promoteur
- Mr. Djamel Zegour           Maître de conférence   Examinateur

Introduction .....	1
Chapitre I .....	3
Introduction au $\lambda$ -calcul .....	3
1. Introduction .....	3
2.1 Syntaxe du $\lambda$ -calcul pur .....	3
2.1.1 Formation des termes .....	3
2.1.2 Syntaxe d'une $\lambda$ -expression (en forme BNF) .....	4
Convention .....	4
2.1.3. Relation d'occurrence .....	4
2.1.4. Champ d'un lambda terme .....	4
2.2. Notion de Variable libre, variable liée .....	5
2.3 $\alpha$ -conversion .....	5
2.4 Convention (Convention de noms de Barendregt) .....	6
2.5 Substitution .....	6
2.6. $\beta$ -réduction .....	7
2.6.1 $\beta\eta$ -réduction, $\beta\eta$ -équivalence : .....	7
2.7 Forme normale .....	8
2.7.1 Terme normalisable .....	8
2.7.2 Terme faiblement normalisant .....	8
2.7.3 Terme fortement normalisant .....	8
2.7.4 Faible forme normale de tête .....	8
2.8 Ordre de réduction .....	8
2.8.1 Théorème de church-Rosser(A) .....	9
2.8.2 Théorème II de Church-Rosser(B) .....	9
2.8.3 Ordre Normal .....	9
2.8.4 Théorème(Barendregt) .....	9
2.8.5 Ordre optimal .....	9
Chapitre II .....	10
Mises en œuvres de langages fonctionnels .....	10
2.1. Model d'implantation des langages fonctionnel .....	10
2.1.1 Les stratégies d'évaluations .....	10
a. L'évaluation par valeur .....	11
b. L'évaluation par nom .....	11
c. L'évaluation paresseuse .....	11
2.2. Les approches d'implémentation de langage fonctionnel .....	13
2.2.1 Approche par environnement .....	13
2.2.1.1 La machine SECD .....	13
a-Les etats de transitions de la machine SECD .....	14
2.2.1.2 La machine CAM .....	16
a. Les instructions de la machine CAM .....	17
b. Traduction du $\lambda$ -calcul en CAM .....	18
c. Schéma de compilation .....	18
c. Représentation des environnements .....	19
2.2.1.3 La machine de Krivine .....	20
c. Schéma d'évaluation .....	21
2.2.4. Machine de krivine avec marque .....	22
2.2.5. Machine ZINC .....	22
a- Présentation de la machine .....	23
b. Schéma de compilation .....	23

2.2.2. Approche par réduction de graphe et combinateurs.....	25
2.2.3.La représentation de De Bruijn .....	25
2.2.4 Approche par combinateurs .....	26
2.2.4.1 La G-machine .....	27
3-Modèles d'exécution pour la $\beta$ -réduction forte .....	30
3.1 La U-machine .....	31
3.1.2 Conclusion.....	32
3.2 la UP-machine .....	33
3.2.1 Définition de UP.....	33
3.2.2 Calcul de la forme normale .....	34
3.3 un évaluateur de la $\beta$ -réduction forte.....	36
4-Le $\lambda$ -calcul à substitution explicite et les systèmes de réécritures de termes .....	38
4.1 Les $\lambda$ -calcul avec substitution explicite avec nom.....	38
4.2 Les $\lambda$ -calcul avec substitution explicite avec indice .....	38
4.2.1 Le $\lambda\nu$ -calcul.....	38
4.2.2 Le système $\lambda xgc$ .....	41
4.2.3 Le système $\lambda C\beta^+$ -calcul .....	42
Chapitre III .....	45
Mise en œuvre de la $C\beta^+$ Machine .....	45
3.1 - Réalisation.....	46
3.1.2 - Notation.....	48
3.1.3 - Etat de transition de la $C\beta^+$ Machine .....	49
3.1.4 Ordre de réduction.....	50
3.1.5 Fonctionnement de la $C\beta^+$ machine .....	50
3.2 Mise en œuvre .....	56
3.2.1 Syntaxe du langage.....	56
3.2.2 Schéma de réduction $Cb$ et $Cbm^+$ .....	57
Conclusion.....	59
Bibliographie .....	60
Annexe .....	63