

THESE

présentée à

l'Université Scientifique et Médicale de Grenoble

pour obtenir le grade de
DOCTEUR DE 3^{ème} CYCLE
«Mathématiques appliquées»

par

Salim LADJOUZE



PROBLEMES d'ESTIMATION
dans les
SERIES TEMPORELLES STATIONNAIRES
avec
DONNEES MANQUANTES.



Thèse soutenue le 9 janvier 1986 devant la commission d'examen

A. LE BRETON	}	Président
F. BRODEAU		Examineurs
T. PHAM – DINH		
J.L. SOLER		

TABLE DES MATIERES.

	pages
<i>INTRODUCTION.</i>	0-0
<i>CHAPITRE 1 : NOTIONS FONDAMENTALES.</i>	1-0
S1 - Processus stationnaires. Processus et suites asymptotiquement stationnaires.	1-3
1.1 - Processus stationnaires.	1-3
1.1.1 - Définitions et propriétés générales.	1-3
1.1.2 - Cumulants d'un processus stationnaire au n-ième ordre.	1-4
1.2 - Processus et suites asymptotiquement stationnaires.	1-5
S2 - Ergodicité de processus.	1-6
2.1 - Processus ergodiques au k-ième degré : définitions.	1-7
2.2 - Ergodicité au 1 ^{er} degré de processus.	1-7
2.3 - Ergodicité au 2-ième degré de processus.	1-10
2.4 - Ergodicité des processus stationnaires.	1-14
S3 - Aspect spectral des processus et suites AS au 2-ième ordre	1-18
3.1 - Cas d'un processus AS au 2-ième ordre	1-19
3.2 - Cas d'une suite AS au 2-ième ordre	1-22
S4 - Rappels concernant l'estimation non paramétrique des caractéristiques du 2-ième ordre d'un processus stationnaire	1-23
4.1 - Généralités	1-24
4.2 - Quelques propriétés de la fonction de covariance empirique	1-24
4.3 - Eléments d'analyse spectrale non paramétrique .	
la méthode indirecte.	1-25
4.3.1 - Présentation de l'estimateur \hat{f}_X obtenu par la méthode indirecte	1-25
4.3.2 - Variance et biais asymptotiques de \hat{f}_X	1-26

**CHAPITRE II : ESTIMATION DANS LES SERIES AVEC
DONNEES MANQUANTES ET ESTIMATION
DANS LES SERIES MODULEES EN AMPLITUDE :
L'ESTIMATION NON PARAMETRIQUE DE
COVARIANCE.**

II-0

PARTIE A . Le problème d'estimation dans les séries temporelles stationnaires avec données manquantes comme problème d'estimation dans les séries temporelles modulées en amplitude.

II-3

PARTIE B : Estimation non-paramétrique de covariance dans les séries temporelles modulées en amplitude.

II-6

S1 - Introduction.

II-6

S2 - La méthode d'estimation.

II-6

S3 - Ergodicité au 2-ième degré des processus modulés en amplitude

II-9

S4 - Variance asymptotique de C_X^N .

II-12

4.1 - Les résultats.

II-14

4.2 - efficacité comparée des estimateurs C_X^N et C'_X^N .

II-16

S5 - Démonstration des propositions de ce chapitre.

II-20

5.1 - Démonstration des propositions 1 et 2.

II-20

5.2 - Démonstration des propositions 4 et 5.

II-23

CHAPITRE III : ESTIMATION NON PARAMETRIQUE SPECTRALE DANS LES SERIES TEMPORELLES MODULEES EN AMPLITUDE.	III-0
S0 - Préliminaires. .	III-3
S1 - Méthodologie d'analyse spectrale dans les séries temporelles modulées en amplitude.	III-3
1.1 - Description d'une méthodologie générale d'estimation de la fonction de densité spectrale f_X : l'estimateur $\hat{\phi}_X$.	III-3
1.2 - Estimation de la fonction de densité spectrale asymptotique d'un processus AS au 2-ième ordre.	III-4
1.3 - Estimation de f_X dans le cas où l'observation est modulée par un processus AS au 2-ième ordre.	III-5
1.4 - Le cas où l'observation est modulée par une suite AS au 2-ième ordre.	III-8
S2 - Biais asymptotique des estimateurs \hat{f}_Y et $\hat{\phi}_X$.	III-11
S3 - Etude de la variance asymptotique de $\hat{\phi}_X$ dans le cas d'un processus de modulation stationnaire	III-14
3.1 - Les hypothèses de travail.	III-14
3.2 - Conséquences.	III-15
3.3 - Variance asymptotique de $\hat{\phi}_X$.	III-17
S4 - Le cas particulier des séries temporelles stationnaires avec données manquantes.	III-18
4.1- Travaux antérieurs en rapport avec l'analyse non paramétrique spectrale avec données manquantes.	III-19
4.1.1 - les modèles de processus ou suites de représentation des données manquantes.	III-19
4.1.2 - les estimateurs proposés de la fonction de densité spectrale.	III-21
4.2- Généralisation de ces estimateurs.	III-21
4.3- Variance asymptotique de $\hat{\phi}_X$	III-23
S5 - Démonstrations de propositions et théorèmes de ce chapitre.	III-25
5.1 - Démonstration de la proposition 2 et du théorème 1	III-25
5.2 - Démonstration des propositions 3 et 4	III-28
5.3 - Démonstration du théorème 2	III-32

**CHAPITRE IV : L'ESTIMATION PARAMETRIQUE
DANS LES SERIES TEMPORELLES
AVEC DONNEES MANQUANTES.**

S1 - Introduction

S2 - Rappels concernant l'estimation de modèles paramétriques de séries temporelles stationnaires.

2.1 - Généralités : estimation paramétrique et identifiabilité de modèles linéaires.

2.2 - Quelques méthodes d'estimation paramétrique : méthode de Yule-Walker et méthodes du maximum de vraisemblance

S3 - Méthodes basées sur le périodogramme.

3.1 - Méthodes basées sur le périodogramme de Y .

3.2 - Méthodes basées sur le périodogramme modifié de X .

S4 - Les méthodes du maximum de vraisemblance.

BIBLIOGRAPHIE.

Résumé de thèse :

Le problème des données manquantes a été abordé en introduisant les processus modulés en amplitude. Les propriétés de type ergodique (ergodicité au k -ième degré) sont étudiées dans le cadre des processus asymptotiquement stationnaires.

Dans le domaine non paramétrique on étudie la consistance de deux estimateurs de la fonction de covariance et la variance asymptotique de l'un d'eux. On propose ensuite une méthode générale d'estimation de la fonction de densité spectrale du processus étudié. L'estimateur obtenu est étudié du point de vue biais et variance asymptotiques.

Des méthodes d'estimation paramétrique, basées sur le périodogramme et du maximum de vraisemblance, sont aussi présentées.

Mots clés :

Données manquantes. Séries modulées en amplitude. Processus (suite) asymptotiquement stationnaire. Processus modulé en amplitude. Fonction de covariance (de densité spectrale) asymptotique. Estimation non paramétrique. Analyse spectrale. Périodogramme. Estimation paramétrique. Maximum de vraisemblance.