

République Algérienne Démocratique et Populaire
Ministère de l'Enseignement Supérieur et de la Recherche Scientifique

UNIVERSITE MOHAMMED KHIDER DE BISKRA
FACULTE DES SCIENCES ET DES SCIENCES DE L'INGENIEUR
DEPARTEMENT DE MATHEMATIQUES



MÉMOIRE

Présenté en vue de l'obtention du diplôme de
Magister en Mathématiques

Par
TOUBA Sonia

Thème

L'APPROCHE DES VALEURS EXTREMES
EN STATISTIQUE DES SERIE FINANCIERES

Option

Analyse & Modèles Aléatoires

Soutenu publiquement le :

Devant le jury

| | | | |
|-------------------|-----------------------|----------------|----------------------|
| Président | : B. MEZERDI | Pr | U.M.K. Biskra |
| Rapporteur | : A. NACIR | Pr | U.M.K. Biskra |
| Examineur | : S. BAHLALI | M.C | U.M.K. Biskra |
| Examineur | : A. BELAGGOUN | M.A.C.C | U.M.K. Biskra |

Table des matières

| | | |
|----------|--|-----------|
| 0.1 | Introduction | 5 |
| 0.2 | Notations | 7 |
| 1 | Les lois stables | 8 |
| 1.1 | Préliminaire | 8 |
| 1.2 | Définitions et caractéristiques de bases | 9 |
| 1.2.1 | Lois indéfiniment divisibles | 9 |
| 1.2.2 | La fonction caractéristique | 11 |
| 1.2.3 | La fonction de densité et la fonction de distribution | 15 |
| 1.2.4 | La stabilité | 18 |
| 1.2.5 | Calcul des moments | 19 |
| 1.2.6 | Propriétés arithmétiques | 22 |
| 1.3 | Algorithme de simulation | 22 |
| 2 | Estimation des paramètres du loi α-stable | 27 |
| 2.1 | Méthode des moments | 27 |
| 2.2 | La méthode de régression | 29 |
| 2.2.1 | Pour une loi stable alpha-symétrique | 29 |
| 2.2.2 | Pour une loi alpha-stable | 32 |
| 2.3 | La méthode de McCulloch | 36 |
| 2.4 | La méthode de Maximum de vraisemblance | 41 |
| 2.5 | Aplication en finance | 41 |
| 2.5.1 | Application du modèle stable à l'indice du Nazdaq(Parie) | 44 |
| 3 | La théorie des valeurs extremes | 47 |
| 3.1 | Statistique d'ordre | 47 |
| 3.1.1 | Densité et loi des statistiques d'ordre | 48 |
| 3.1.2 | Domaines d'attractions | 52 |
| 3.2 | Lois stables et valeurs extrêmes | 57 |
| 3.2.1 | Queues lourdes | 57 |
| 3.2.2 | Estimation des paramètres | 58 |

| | | |
|----------|---|-----------|
| 4 | Probabilité de ruine | 63 |
| 4.1 | Mouvement Brownien et le modèle de risque pour petites revendications | 66 |
| 4.1.1 | La convergence faible d'un processus de risque au Mouvement Brownien | 66 |
| 4.1.2 | Probabilité de ruine pour le processus de limite | 67 |
| 4.2 | Lévy-stable et le modèle de risque pour grandes revendications | 69 |
| 4.2.1 | La convergence faible du processus de risque au Lévy-stable | 70 |
| 4.2.2 | Le modèle de la probabilité de ruine pour le processus limite de risque dans le cas de grandes revendications . | 72 |

Résumé

Notre travail a pour objectif une synthèse des travaux de recherche concernant l'estimation des paramètres des distributions de Lévy-stable. Trois méthodes ont été conçues pour estimer ces derniers: la méthode des moments, la méthode de régression et la méthode du maximum de vraisemblance. En utilisant la théorie des valeurs extrêmes, nous avons présenté d'autres nouveaux estimateurs, en plus d'une analyse comparative de cette approche avec les méthodes précitées. Notamment des simulations sont effectuées en utilisant le logiciel R. Dans le cas des grandes revendications nous avons exposé la convergence faible de la fonction de Probabilité de Ruine vers une loi stable.

Mots clés : Lois stables, Auto-similarité, Estimation non paramétrique, Valeurs extrêmes, Probabilité de Ruine.

Abstract

The aim of our work is to describe the class of Stable distributions via some parameter estimation methods, Namely: McCulloch's method, moment method, regression method and likelihood method. Then, we introduce the extremes values theory to estimate these parameters and we give a comparative study between this approach and other methods by using simulation results obtained by the R software. Moreover, for large claims reinsurance covers, the weak convergence of the Ruin Probability on basis a stable law was also investigated.

Keywords: stable Law, Auto-similarity, Non-parametric Estimation, Extremes Values, Probability of Ruin.

المخلص

هذا العمل عبارة عن دراسة لطرق تقدير وسائط القانون الثابت بدأ بالطرق التالية: العزوم الانحدار المعقولة العظمى و طريقة McCulloch في حين ندخل مفهوم نظرية القيم القصوى لتقدير هذه الوسائط و اجراء دراسة تحتيتية و مقارنة بين هذه الطرق. اخيرا تعرضنا الى دراسة التقارب الضعيف لدالة احتمال الافلاس في حالة الطلبات الكبرى لشركات التامين الى القانون الثابت.