

THÈSE

présentée à

L'UNIVERSITÉ DE PAU
ET
DES PAYS DE L'ADOUR

ÉCOLE DOCTORALE DES SCIENCES EXACTES ET DE
LEURS APPLICATIONS

par

Nadjia EL SAADI

pour obtenir le grade de

DOCTEUR

Spécialité :
MATHÉMATIQUES APPLIQUÉES

**MODÉLISATION ET ETUDES MATHÉMATIQUE ET INFORMATIQUE DE
POPULATIONS STRUCTURÉES PAR DES VARIABLES ALÉATOIRES.
APPLICATION À L'AGRÉGATION DU PHYTOPLANCTON.**

Soutenue le 10 décembre 2004 :

Après avis de :

Mme. S. Méléard	Professeur, université Paris 10	Rapporteur
Mr. B. Aïnseba	Professeur, université Bordeaux 2	Rapporteur

Devant la commission d'examen formée de :

Mme. M. Madaune-Tort	Professeur, Université de Pau et des Pays de l'Adour	Président du jury
Mr. M. Adimy	Maître de conférence HDR, Université de Pau et des Pays de l'Adour	Examinateur
Mme. E. Ferrier	Chargée de recherche HDR, Institut de recherche IRD-GEODES	Examinateur
Mr. J-P. Treuil	Chercheur, Institut de recherche IRD-GEODES	Examinateur

Table des matières

Table des figures	xiii
I Aspects biologiques et approches	1
1 Le phénomène d'agrégation en écologie et les méthodes d'étude	2
1.1 Les mécanismes d'agrégation	3
1.2 L'utilité des modèles d'agrégation	4
1.3 Les stratégies de la modélisation	5
1.3.1 Modèles Lagrangiens	6
1.3.2 Modèles Eulériens	7
1.4 Conclusion	9
2 Le phytoplancton	11
2.1 Description biologique	11
2.1.1 Les diatomées	12
2.1.2 Les dinoflagellés	14
2.2 Croissance et productivité	16
2.3 Importance du phytoplancton	17
2.4 L'agrégation chez le phytoplancton	18
2.5 Conclusion	21
II Modélisation stochastique	22
3 Préliminaires et outils probabilistes	25
3.1 Généralités sur les processus stochastiques à temps continu	25
3.2 Martingales	27
3.3 Mouvement brownien	31
3.4 Intégrale stochastique par rapport à une martingale	32
3.5 Equations différentielles stochastiques	33
3.6 Bruit blanc et mesure martingale au sens de Walsh	36

3.6.1	Bruit blanc	36
3.6.2	Mesure martingale	37
3.7	Convergence des processus stochastiques	39
3.7.1	Distance et topologie de Skorohod	40
3.7.2	Ensembles compacts de $D([0, +\infty[, E)$	42
3.7.3	Notion de tension et Convergence faible	43
4	De la description Lagrangienne à une représentation macroscopique des cellules de phytoplancton	47
4.1	Description Lagrangienne des dynamiques de cellules de phytoplancton	48
4.1.1	Mouvement spatial des cellules	48
4.1.2	Interactions spatiales	50
4.1.3	Approximation de Smoluchowski	52
4.1.4	Branchement	60
4.2	Description macroscopique des cellules de phytoplancton	61
4.2.1	Processus approximatif de branchement-diffusion interactif	61
4.2.2	Caractérisation martingale	62
5	Convergence faible et passage à la description Eulérienne des cellules de phytoplancton	70
5.1	Renormalisation du processus de branchement diffusion interactif	71
5.2	Convergence faible du processus renormalisé	73
5.3	Caractérisation par une équation aux dérivées partielles stochastique	86
5.4	Discussion	89
5.5	Conclusion	91
III	Analyse mathématique	92
6	Outils mathématiques	96
6.1	Rappels sur les semi-groupes	96
6.1.1	Semi-groupe fortement continu	96
6.1.2	Semi-groupe compact	100
6.1.3	Semi-groupe analytique	101
6.2	Problème de Cauchy	102
6.2.1	Problème homogène ($f = 0$)	103
6.2.2	Problème non homogène ($f \neq 0$)	103
6.2.3	Régularité de la solution intégrale dans les semi-groupes analytiques	104
6.3	Rappels sur le degré topologique	105
6.3.1	Degré topologique sur des espaces de dimension finie	106
6.3.2	Degré topologique sur des espaces de dimension infinie	109
7	Etude du problème de Cauchy	111
7.1	Formulation abstraite du problème de Cauchy	111
7.2	Existence locale des solutions	113

7.3	Existence globale des solutions	121
7.4	Regularité	129
8	Existence de solutions stationnaires	134
8.1	Problème du point fixe	134
8.2	Solutions à l'état d'équilibre	136
8.3	Conclusion	139
IV	Etude informatique	140
9	Simulateur des comportements d'agrégation	143
9.1	Modèle du simulateur	143
9.2	Description du simulateur	144
9.3	Interface du simulateur	148
9.4	Algorithme et dynamique du simulateur	150
9.5	Conclusion	154
10	Simulations et résultats	155
10.1	Indicateurs d'agrégation	158
10.1.1	Indice de Clark Evans	158
10.1.2	Indice de Sur-dispersion	158
10.2	Scénarios simulés	159
10.3	Résultats	161
10.3.1	Indice de Clark-Evans	161
10.3.2	Distribution spatio-temporelle	161
10.3.3	Indice de Surdispersion	165
10.3.4	Effet de la diffusion	166
10.3.5	Effet du rayon de perception	166
10.4	Interprétation des résultats	173
10.5	Conclusion	174
V	Conclusion générale	175
	Bibliographie	180