

MINISTRE DE L'ENSEIGNEMENT SUPERIEUR ET DE LA
RECHERCHE SCIENTIFIQUE
UNIVERSITE MOHAMED KHIDER BISKRA
FACULTE DES SCIENCES ET DES SCIENCES DE L'INGENIEUR
DEPARTEMENT DE MATHEMATIQUES

MEMOIRE
présenté par

YAKHLEF SAMIA

pour l'obtention du Grade de **Magister en Mathématiques**
Spécialité: Analyse et Modèles Aléatoires

Equations Différentielles Stochastiques Rétrogrades et Applications

Soutenu le :

devant le jury composé de :

Rachid BENACER	Pr	Univ. Batna	Président
Brahim MEZERDI	Pr	Univ. Biskra	Directeur de thèse
Abdelhakim NECIR	MC	Univ. Biskra	Examineur
Lamine MELKEMI	MC	Univ. Biskra	Examineur

Table des matières

0.1	Introduction	2
1	Equations différentielles stochastiques rétrogrades (EDSR)	4
1.1	Vocabulaire et notations	4
1.1.1	Présentation du problème	4
1.1.2	Notations	5
1.2	Le cas globalement Lipschitzien	9
1.2.1	Le résultat de Pardoux-Peng	9
1.2.2	Equation stochastique rétrograde linéaire	13
1.2.3	Le rôle de Z	18
1.2.4	Estimation à priori	19
1.3	Le cas localement Lipschitzien	21
1.3.1	Introduction	21
1.3.2	Théorème d'existence et d'unicité	22
1.3.3	La stabilité des solutions	32
1.3.4	Les EDSR avec une condition terminale bornée	33
2	Le lien entre les EDSR et les EDP semi-Linéaires	40
2.1	EDSR Markoviennes	40
2.1.1	Hypothèses et notations	40
2.1.2	Rappels sur les EDS	41
2.1.3	Propriété de Markov	42
2.2	Formule de Feynman-Kac généralisée	52
3	Solutions faibles des EDSPR	58
3.1	Théorème de Yamada-Watanabe pour les EDSPR.	62
3.2	Existence et unicité des solutions faibles pour les ED- SPR.	71

Résumé

Dans ce mémoire, nous nous sommes intéressé à certaines propriétés des équations différentielles stochastiques rétrogrades (EDSR). Le premier chapitre est consacré à l'existence, l'unicité et la stabilité des solutions dans le cas d'un générateur Lipschitzien. Le résultat essentiel dans le cas globalement Lipschitzien est démontré en utilisant un argument de point fixe. Dans le cas où le générateur est localement Lipschitzien, on utilise un argument de localisation et une famille adéquate de semi-normes pour prouver l'existence et l'unicité. Au deuxième chapitre, on étudie les liens qui existent entre les EDSR et les EDP semi-linéaires par la célèbre formule de Feynmann Kac non linéaire. Ce qui permet dans certains cas de donner des solutions explicites d'EDP non linéaires en termes de solutions d'EDSR. Enfin le troisième chapitre est consacré à l'étude des solutions faibles des équations différentielles stochastiques progressives rétrogrades (EDSPR).

Mots clés : Mouvement Brownien - Intégrale stochastique - Equation différentielle stochastique rétrograde - Equation aux dérivées partielles semi-linéaire - Martingale.