



UNIVERSITE DES SCIENCES ET DE LA TECHNOLOGIE HOUARI BOUMEDIENE

FACULTE DES MATHEMATIQUES

THESE

présentée par

MOULAÏ Mustapha

pour obtenir le titre de :

Spécialité :

Option :

DOCTEUR D'ÉTAT

MATHÉMATIQUES

RECHERCHE OPÉRATIONNELLE

**OPTIMISATION MULTICRITERE
FRACTIONNAIRE LINEAIRE
EN NOMBRES ENTIERS**

Soutenue publiquement le **Lundi 07 Octobre 2002**

Devant le jury composé de messieurs :

KHELLADI Abdelkader

ABBAS Moncef

AÏDER Méziane

AÏT HADDADENE Hacène

ATIF Karim

BLIDIA Mostéfa

BERRACHEDI Abdelhafid

PIRLOT Marc

Professeur, USTHB (Alger)

Professeur, USTHB (Alger)

Maître de Conférences, USTB (Blida)

Maître de Conférences, USTHB (Alger)

Professeur, Faculté de Mons (Belgique)

Président

Directeur de Thèse

Examinateur

Examinateur

Examinateur

Examinateur

Examinateur

Examinateur

RESUME

Les différents travaux de recherche présentés dans cette thèse ont trait à l'optimisation fractionnaire linéaire en nombres entiers à objectifs multiples. Notre premier objectif fut de réaliser une étude détaillée sur la programmation fractionnaire linéaire unicritère (PFLU) en passant en revue l'important de la littérature existante en vue d'aboutir à un passage possible de l'aspect unicritère à l'aspect multicritère. Ceci nous a conduit à mettre au point une nouvelle méthode de résolution de ce problème en présence de variables entières [42] puis à l'étendre aux variables mixtes [43], en s'appuyant sur un calcul de pénalités et en utilisant une technique de séparation et évaluation progressive. La seconde étape fut la maîtrise des concepts de la programmation multicritère linéaire en variables entières (PLEM). Ceci nous a permis de développer une méthode d'optimisation du problème (PLEM) dénommée MODILIM[128]. L'étape finale était de surmonter la difficulté de l'optimisation multicritère du problème de la programmation fractionnaire linéaire en nombres entiers (PFLEM) , représentant le noyau du thème de notre thèse, soulignée par Ralph Steuer dans [32, 183]. Ceci a pu être réalisé grâce à l'extension de MODILIM au cas fractionnaire et à la revalidation des résultats déjà obtenus. La méthode obtenue MODIFRAM [169] représente un résultat très important dans le domaine de l'optimisation multicritère fractionnaire linéaire.

Table des Matières

RESUME	1
INTRODUCTION	2
CHAPITRE 1 La Programmation Mathématique Multicritère (PMM)	
1.1 Notions Fondamentales	7
1.1.1 Problème de Programmation Mathématique Multicritère	7
1.1.2 Concepts de base	9
1.1.3 Fonctions Scalarisantes. Paramètres de préférence.	14
1.2 Les Trois Approches Fondamentales	15
1.2.1 Optimisation Unique avec Articulation à priori des Préférences	16
1.2.2 Optimisation Paramétrique avec Articulation à posteriori des Préférences	16
1.2.3 Optimisation Itérative par Articulation Progressive des Préférences	16
1.3 Quelques Résultats Fondamentaux	17
1.4 Les Principales Techniques de Résolution	18
1.4.1 Méthodes Lexicographiques	18
1.4.2 Méthode de la Programmation à Buts (goal programming)	19
1.4.3 Méthode de seuils de satisfaction	20
1.4.4 Méthode utilisant des fonctions scalarisantes	20
1.4.5 Méthodes Directes	21

CHAPITRE 2. La Programmation Fractionnaire Linéaire Unicritère (PFLU)

2.1	Introduction	22
2.2	Présentation d'un programme fractionnaire	24
2.3	Géométrie de la Programmation Fractionnaire Linéaire	25
2.4	Stratégies de Résolution d'un programme fractionnaire	27
2.4.1	Applications	28
2.4.1.1	Bases de Données	28
2.4.1.2	Génération de Colonnes	30
2.4.1.3	Paramétrisation d'un Programme Linéaire	32
2.4.1.4	Programmation Stochastique	33
2.4.1.5	Économie	34
2.4.2	Résolution Directe	34
2.4.2.1	Programme Hyperbolique Continu	34
2.4.2.2	Problème Hyperbolique en Variables Entières	36
2.4.3	Résolution par Paramétrisation	37
2.4.4	Résolution d'un problème équivalent à objectif non fractionnaire	40
2.4.5	Problèmes Duals	43
2.4.5.1	Dual Utilisant le Problème Équivalent	44
2.4.5.2	Dual Utilisant le Problème Paramétré	45
2.4.5.3	Duals Lagrangiens	45
2.5	Conclusion	48

CHAPITRE 3 Une Méthode d'Optimisation Discrète Unicritère Fractionnaire (MODUFRA)

3.1	Une méthode fractionnaire en variables entières (MODUFRA)	49
3.1.1	Introduction	49
3.1.2	Méthodologie	50
3.1.3	Calcul de Pénalités	52

3.1.4	Algorithme de Résolution du Problème (PFLE)	52
3.1.5	Exemples Numériques Illustratifs	54
3.2	Une extension de MODUFRA aux variables mixtes	56
3.2.1	Présentation du Problème Fractionnaire Linéaire Mixte	56
3.2.2	<u>Méthode d'Optimisation Discrète Unicritère Fractionnaire Mixte</u> (MODUFRA) 57	57
3.2.3	Présentation de l'Algorithme	58
3.2.4	Exemple Numérique	59
3.2.5	Conclusion	60
 CHAPITRE 4. La programmation Linéaire Multicritère en Variables Entières (PMLE)		61
4.1	Quelques difficultés inhérentes à la présence de variables entières	62
4.1.1	Solutions efficaces supportées et non supportées	62
4.1.2	Cardinalité de l'ensemble des solutions efficaces	64
4.1.3	Approximation par la relaxation linéaire	64
4.2	Méthodes relatives à des variables entières quelconques	66
4.2.1	Caractérisation de l'ensemble des solutions efficaces	66
4.2.2	Méthodes interactives	69
4.2.3	Méthode de R. Gupta corrigée et améliorée par M. Abbas & M. Moulaï [129]	70
4.3	Méthodes relatives à des variables mixtes	70
4.3.1	Les méthodes de Zionts et al.	71
4.3.2	Méthode de Steuer & Choo	71
4.3.3	Méthode STEM	72
4.3.4	Méthode de Marcotte & Soland	72
4.3.5	Méthode MOMIX	73
4.4	Méthodes relatives à des variables binaires	73

4.4.1	Méthode de Bitran	73
4.4.2	Méthode de Kiziltan & Yucaoglu	75
4.4.3	Méthode de Deckro & Winkofsky	77

CHAPITRE 5. Une Méthode d'Optimisation Discrète Linéaire Multicritère (MODILIM)

5.1	Introduction	80
5.2	Notations et Définitions	81
5.3	Résultats Théoriques	83
5.4	Développement de la méthode	86
5.5	Exemple Numérique	89
5.6	Conclusion	94

CHAPITRE 6 La Programmation Fractionnaire Linéaire Multicritère (PFLM)

6.1	Introduction	95
6.2	Caractérisation de l'ensemble des solutions efficaces	96
6.3	Efficacité et Efficacité Propre	99
6.4	Propriété des Ensembles des Solutions Fortement Efficace et Faiblement Efficace	100
6.4.1	Fermeture de l'ensemble Efficace et faiblement Efficace	100
6.4.2	Connexité de l'ensemble Efficace et faiblement Efficace	100
6.4.3	Détection Graphique de l'Efficacité	102
6.5	Quelques Méthodes d'Optimisation du Problème Fractionnaire Linéaire Multicritère	107
6.6.1	Méthode de Kornbluth & Steuer	107
6.6.2	Méthode de Nykowski et Zolkiewski	110
6.7	Conclusion	112

**CHAPITRE 7. Une Méthode d'Optimisation Discrète Fractionnaire
Multicritère (MODIFRAM)**

7.1	Introduction	113
7.2	Définitions et notations	114
7.3	Résultats Préliminaires	117
7.4	Développement de la procédure MODIFRAM	119
7.5	Illustration de la méthode par un exemple numérique	122
7.6	Conclusion	127

CHAPITRE 8. CONCLUSION GENERALE 128**BIBLIOGRAPHIE** 130

B.1.	Programmation Mathématique Multicritère	131
B.2.	Programmation Fractionnaire Linéaire Unicritère	134
B.3.	Programmation Linéaire Multicritère à Variables Entières	142
B.4.	Programmation Fractionnaire Linéaire Multicritère	146

ANNEXES 149

ANNEXE A :	Deux exemples résolus par [56] avec domaines borné et ouvert	150
ANNEXE B :	Méthode de R. Gupta [139] Corrigée et Améliorée dans [129]	154
ANNEXE C :	Une méthode pour le problème fractionnaire multicritère non linéaire	165