

N° d'ordre : 20/2002-M/MI
UNIVERSITE DES SCIENCES ET DE LA TECHNOLOGIE

HOUARI BOUMEDIENE - ALGER

**FACULTE DES SCIENCES MATHÉMATIQUES
PURES ET APPLIQUÉES**

THESE :
Présentée pour l'obtention du Grade de :

Magister en mathématiques

Spécialité : Analyse:
Equations aux Dérivées Partielles

Par : HADJADJ Lila

THEME :

**Etude d'un système de Réaction-Diffusion
de type parabolique non linéaire à diffusion
lente et à réaction dépendant du gradient**

Soutenue publiquement le : 06/11/2002 . Devant le jury composé de:

D. TENIOU	Professeur(USTHB)	Président
M.S. MOULAY	Professeur(USTHB)	Directeur de thèse
K. LEMRABET	Professeur(USTHB)	Examineur
O. HE MINA	Maître de conférence(USTHB)	Examineur
T.ALI ZIANE	Chargé de cours (USTHB)	Examineur

Table des Matières

1 Introduction générale	4
1.1 Introduction	4
1.2 Origine des systèmes de réaction diffusion	8
1.3 Systèmes modèles	12
1.4 Rappel de résultats connus	15
2 Préliminaires et rappels de résultats connus	19
2.1 Espaces particuliers	19
2.1.1 Espaces Holderiens	19
2.1.2 Espaces de Sobolev anisotropes	21
2.1.3 Espaces $W_q^{1,2}(Q_T), q \geq 1$	21
2.2 Continuité absolue	21
2.3 Opérateurs dissipatifs dans $L^1(\Omega)$	22
2.4 Quelques inégalités:	23
2.5 Résultats de convergence	26

2.6	Attracteur global	27
2.7	Existence globale	32
3	Problèmes non-dégénérés	33
3.1	Introduction	33
3.2	Position du problème	34
3.3	Existence de solutions classiques	35
3.4	positivité de solutions	43
4	Régularité L^∞	47
4.1	Introduction	47
4.2	Position du problème	51
4.3	Problèmes approchés	54
4.4	Estimations L^{σ_i+2}	56
4.5	Estimations L^p	62
4.6	Estimations L^∞	67
5	Etude d'un cas modèle	79
5.1	Introduction	79
5.2	Position du problème	80
5.3	Problèmes approchés et estimations à priori	81
5.4	Passage à la limite	86

6 Existence et unicité de solutions faibles dans le cas général	89
6.1 Introduction	89
6.2 Position du problème	90
6.3 Problèmes approchés et estimations à priori	91
6.4 Preuve du théorème 2.1	97
6.5 Unicité de la solution faible	99
7 Régularité $H^{1,2}$ de solutions	104
7.1 Introduction	104
7.2 Cas de la dimension supérieure	105
7.3 Cas unidimensionnel	112
8 Existence d'un attracteur global	118
8.1 Introduction	118
8.2 Résultats de continuité	119
8.3 Existence d'un ensemble absorbant	124
8.4 Existence d'un attracteur global	130
9 Existence et comportement asymptotique dans les cas limites	132
9.1 Introduction	132
9.2 Position du problème	132
9.3 Existence globale de solutions faibles	134
9.4 Comportement asymptotique	137