

**Université des sciences et de la technologie  
Houari Boumediene.**



*Faculté de Mathématiques  
Département d'Algèbre et Théorie des Nombres.*

***Thèse***

*Présentée pour l'obtention du grade de* **MAGISTER**

*En :* **MATHEMATIQUES**

*Spécialité :* **Algèbre et Théorie des Nombres.**

*par :*

**Monsieur SADAoui Boualem**

***Thème***

***Q- courbes elliptiques avec p- isogénie***

*Soutenue le : 19/12/2002, devant la commission d'examen suivante:*

**Mr K. BETINA, Professeur à USTHB.**

***Président***

**Mr M. ZITOUNI, Professeur à USTHB.**

***Directeur de thèse***

**Mr A. KESSI, Professeur à USTHB.**

***Examineur***

**Mr M. HACHAICHI, Maître de conférences à USTHB.**

***Examineur***

**Mr M. O. HERNANE, Chargé de cours à USTHB.**

***Examineur***

# Sommaire

## CHAPITRE I : Quelques notions sur les courbes elliptiques.

1- Structures d'une courbe elliptique.....	1
2- Transformations de l'équation de Weierstrass.....	2
3- Points singuliers.....	3
4- Invariant modulaire et isomorphismes d'une courbe elliptique...	13

## CHAPITRE II : Groupe de Mordell- Weil d'une courbe elliptique.

1- Le groupe de Mordell- Weil d'une courbe elliptique $E$ .....	17
1- Structure de groupe abélien sur l'ensemble $E(K)$ des points d'une courbe elliptique.....	17
2- Points de $m$ - torsion d'une courbe elliptique $E$ .....	19
2- Théorie des isogénies de courbes elliptiques.....	24
1- Description d'une isogénie.....	24
2- Multiplication complexe sur une courbe elliptique.....	27
3- Equations d'une isogénie de courbes elliptiques.....	28

## CHAPITRE III : Réductions d'une courbe elliptique.

1- Valuations d'un corps.....	31
2- Courbes elliptiques et valuations non archimédiennes discrètes...	34
3- Réductions d'une courbe elliptique.....	36

## CHAPITRE IV : $Q$ - courbes 3- isogènes qui ont bonne réduction.

1- Structure d'une $Q$ - courbe.....	42
2- Courbes et formes modulaires.....	42
3- Famille particulière de $Q$ - courbes.....	45
4- $Q$ - courbes $E$ dont l'isogénie $E \rightarrow \sigma(E)$ est de degré 3.....	47

## BIBLIOGRAPHIE