

N° d'ordre: 28/2002-M/MT
UNIVERSITE DES SCIENCES ET DE LA TECHNOLOGIE
HOUARI BOUMEDIENNE (ALGER)



FACULTE DE MATHÉMATIQUES
DEPARTEMENT D'ALGÈBRE ET THÉORIE DES NOMBRES

THESE

Présentée à l'USTHB

Pour l'obtention du grade de : *Magistère*
en : *Mathématiques*
spécialité : *Algèbre et théorie des nombres*

Par

Mlle AIT-AMRANE Nacima-Rosa

SUJET

**RANGS D'UNE FAMILLE DE TWISTS
QUADRATIQUES DE COURBES ELLIPTIQUES**

Soutenue publiquement le : 17/12/2002 devant le jury composé de :

Mr. M.S. HACHAICHI	Maître de conférences à l'USTHB	Président.
Mr. M. ZITOUNI	Professeur à l'USTHB	Directeur de thèse.
Mr. K. BETINA	Professeur à l'USTHB	Examineur.
Mr. A. KESSI	Professeur à l'USTHB	Examineur.
Mr. B. BENSABAA	Chargé de cours à l'USTHB	Examineur.

Table des matières

1	Notions de base de la théorie des courbes elliptiques	5
1.1	Structures algébriques	5
1.2	Transformations linéaires d'équations	7
1.3	Trois invariants d'une courbe elliptique et classification des cubiques planes	8
1.4	Le groupe de Mordell-Weil d'une courbe elliptique	19
1.5	Sous groupes de torsion d'une courbe elliptique	24
1.6	Morphismes de courbes elliptiques	32
2	Réductions d'une courbe elliptique	46
2.1	Anneaux particuliers	46
2.2	Valuations sur les corps de nombres	47
2.3	Réduction d'une courbe elliptique modulo une valuation non archimédienne discrète (<i>V.N.A.D.</i>)	49
2.4	Equation minimale d'une courbe elliptique	51
3	Rangs de courbes elliptiques	53
3.1	Groupe $E(K)/mE(K)$	53
3.2	Hauteurs sur une courbe elliptique	57
3.3	Espaces homogènes ; twists ; groupes de Châtelet-Weil ; groupes de Selmer ; groupes de Shafarevich-Tate	65
3.4	Bornes de rang d'une courbe elliptique	75