

REPUBLIQUE ALGERIENNE DEMOCRATIQUE ET POPULAIRE  
MINISTERE DE L'ENSEIGNEMENT SUPERIEUR ET DE LA RECHERCHE  
UNIVERSITE DES SCIENCES ET DE LA TECHNOLOGIE HOUARI BOUMEDIENE  
**Faculté des mathématiques**

# Thèse

Magister en Mathématiques

Spécialité  
Recherche opérationnelle (Méthode Stochastique )  
Présenté par

**BENSERADJ HASSIBA**

**APPLICATION DE LA STATISTIQUE DE  
CHI-DEUX DANS UNE POPULATION  
PARTITIONNEE**

Soutenu le : 28/05/2002

devant le jury composé de :

<b>Monsieur M.ABBAS Professeur, U.S.T.H.B :</b>	<b>Président</b>
<b>Monsieur M.S.MAAMRA Chargé de Recherche,U.S.T.H.B :</b>	<b>Directeur de Thèse</b>
<b>Monsieur H.AIT-HADDADENE Maître de Conférences, U.S.T.H.B :</b>	<b>Examineur</b>
<b>Monsieur A.BERRACHEDI Maître de Conférences, U.S.T.H.B :</b>	<b>Examineur</b>
<b>Madame I.BOUCHEMMAKH Docteur, U.S.T.H.B :</b>	<b>Examineur</b>
<b>Monsieur M.YAHI Chargé de Recherche, U.S.T.H.B :</b>	<b>Examineur</b>

# Sommaire

## Introduction générale

## Première partie : Distribution de la statistique de Pearson Khi-deux sous un plan d'échantillonnage complexe

### Préambule : Eléments de base dans l'étude des tableaux de contingences

0.1. Introduction .....	8
0.2. Terminologie et notation.....	8
0.2.1. Variable catégorielle.....	8
0.2.2. Les individus.....	9
0.2.3. Tableau de contingence.....	9
0.3. Structure des tableaux de contingences $I \times J$ .....	9
0.4. Distribution des effectifs.....	11

### Chapitre 1 : Etude des tableaux de contingences à deux dimensions

1.1. Introduction.....	13
1.2. Notions fondamentales.....	14
1.2.1. Distribution multinomiale.....	14
1.2.2. Estimation du paramètre $\pi$ de la loi Multinomiale.....	14
1.2.3. Approximation de la loi Multinomiale par la loi Multinormale.....	16
1.3. Tests de Wald, de Khi-deux et du Rapport de Maximum de Vraisemblance quand l'hypothèse nulle est de la forme $\pi = \pi^0$ .....	19
1.3.1. Test de Wald.....	19
1.3.2. Test du Khi-deux.....	21
1.3.3. Test du rapport de vraisemblance $G^2$ .....	22
1.4. Tests de Wald, de Khi-deux et du Rapport de Maximum de Vraisemblance quand l'hypothèse nulle est de la forme $p = p(\theta)$ .....	24
1.4.1. Test de Wald généralisé.....	24
1.4.2. Test du Rapport de Vraisemblance $G_h^2$ .....	25
1.4.3. Test de Khi-deux $X_h^2$ .....	28
1.5. Effet de la taille de l'échantillon sur $X^2$ et $G^2$ .....	32

**Chapitre 2 : L'influence du modèle étudié sur la statistique du Khi-deux**

2.1. Introduction.....	33
2.2. Effet du modèle d'échantillonnage sur la statistique du Khi-deux.....	34
2.2.1. Statistique de Wald.....	34
2.2.2. Statistique du Khi-deux.....	34
2.2.3. Procédure de modification de la statistique $X^2$ .....	38
2.2.4. Comparaison entre la performance des deux statistiques corrigées $X_c^2$ et $X_{ce}^2$ en fonction de la dispersion des valeurs propres.....	43
2.2.5. Effet du modèle étudié sur la statistique $X^2$ pour des hypothèses générales.....	50
2.2.6. Test d'indépendance dans un tableau à deux dimensions.....	51

**Deuxième partie :Distribution de la statistique de pearson sous les modèles d'échantillonnage partitionné****Chapitre 3 Introduction de la loi de Dirichlet dans les modèles partitionnés**

3.1. Introduction.....	56
3.2. Modèle d'échantillonnage à plusieurs degrés.....	56
3.2.1. Modèle d'échantillonnage à deux degrés.....	56
3.2.2 Estimation du paramètre de la loi multinomiale dans l'optique bayésienne.....	63
3.3. Le choix de Dirichlet comme loi à priori de la loi multinomiale.....	70

**Chapitre 4 : Correction de la statistique du  $\chi^2$  pour un modèle à échantillon partitionné**

4.1. Introduction.....	72
4.2. Le modèle de Brier.....	72
4.2.1. Présentation du modèle.....	73
4.2.2. Test d'hypothèse concernant $\pi$ .....	73
4.2.3. Distribution de la statistique du test (classes de même taille ).....	74
4.2.4. Distribution de la statistique du test (classes de tailles différentes ).....	92
4.3. Présentation des deux méthodes d'estimations proposées par Brier et par Rao et Scott avec application.....	100
Conclusion.....	112
Annexe .....	113
Bibliographie .....	115