

**République Algérienne Démocratique et Populaire**  
**Ministère de l'Enseignement Supérieur et de la Recherche Scientifique**  
\*\*\*\*\*

Université des Sciences et de la Technologie Houari Boumedienne  
Faculté des Sciences Mathématiques Pures et Appliquées

## ***Thèse de Magister***

*Spécialité : Mathématiques*

*Option : Méthodes Stochastiques et Recherche Opérationnelle*

Présentée par :

**HESSAS Fatima**

## ***Approximation de systèmes de files d'attente avec rappel***

Devant le jury d'examen composé de

M.	M. Bentarzi	Professeur	U.S.T.H.B	Président
M.	A. Aissani	Professeur	U.S.T.H.B	Rapporteur
M.	K. Boukhetala	Maître de conférences	U.S.T.H.B	Examineur
M.	H. Fellag	Maître de conférences	U.M.M.T.O	Examineur
M.	D. Hamadouche	Maître de conférences	U.M.M.T.O	Examineur

soutenue publiquement le 12/11/2002.

# TABLE DES MATIERES

<b>INTRODUCTION GENERALE</b>	<b>1</b>
------------------------------	----------

## **CHAPITRE I: GENERALITES SUR LES SYSTEMES DE FILES D'ATTENTE.**

<b>Introduction</b>	<b>5</b>
<b>A. Files d'attente classiques</b>	<b>7</b>
<b>A.1. Description du modèle</b>	<b>7</b>
<b>A.2. Etude de quelques modèles classiques</b>	<b>9</b>
A.2.1. Modèles markoviens	9
A.2.1.1. La file M/M/1	10
A.2.1.2. Variantes des files M/M/1	12
A.2.1.2.1 Politiques de service autres que FIFO	12
A.2.1.2.2 Capacités limitées	12
A.2.2. Modèles non markoviens	13
A.2.2.1. Système M/G/1	13
A.2.2.2. Système G/M/1	16
A.2.2.3. Système GI/GI/1	17
<b>B. Files d'attente avec rappel</b>	<b>20</b>
<b>B.1. Description du modèle</b>	<b>20</b>
<b>B.2. Quelques exemples modélisés par des systèmes de files d'attente avec rappel</b>	<b>22</b>

B.2.1. Problème de réservation	23
B.2.2. Réseaux locaux CSMA	23
B.2.3. Système informatique à temps réel	24
<b>B.3. Système M/G/1 avec rappel</b>	<b>25</b>
<b>B.4. Autres modèles de systèmes avec rappel</b>	<b>28</b>
B.4.1. Modèle d'attente avec des clients persistants	28
B.4.2. Modèle d'attente avec des clients non persistants	28
B.4.3. Modèle d'attente avec des temps de rappel généraux	30

## CHAPITRE II : APPROXIMATIONS DES DEUX MOMENTS DES SYSTEMES CLASSIQUES GI/GI/1.

<b>Introduction</b>	<b>31</b>
<b>A. Méthodes d'approximation des deux moments des files classiques GI/GI/1</b>	<b>32</b>
<b>A.1. Méthodes de diffusion</b>	<b>32</b>
A.1.1. Approximation de Heyman	32
A.1.2. Approximation de Reiser-Kobayashi	32
A.1.3. Approximation de Gelenbe	33
A.1.4. Approximation de Yu	33
<b>A.2. Méthodes heuristiques</b>	<b>33</b>
A.2.1. Approximation de Marchal	33
A.2.2. Approximation de Kramer et Lagenbach-Belz	34
A.2.3. Approximation de Page	35
A.2.4. Approximation de Sakasegawa	36
<b>A.3. Comparaison numérique</b>	<b>37</b>

<b>B. Approximation par interpolation des systèmes GI/GI/s</b>	<b>41</b>
<b>B.1. Méthodologie de l'interpolation</b>	<b>42</b>
<b>B.2. Temps moyen d'attente dans la file M/G/s</b>	<b>45</b>
<b>B.3. Temps moyen d'attente dans la file GI/GI/s</b>	<b>48</b>

**CHAPITRE III : APPROXIMATIONS HEURISTIQUES DU MODELE GI/GI/1  
AVEC RAPPEL.**

<b>I. Introduction-Position du problème</b>	<b>51</b>
<b>II. Approximations heuristiques du systeme GI/GI/1</b>	<b>52</b>
<b>II.1. Approximations de type linéaire</b>	<b>53</b>
<b>II.2. Approximations de type harmonique</b>	<b>57</b>
<b>II.3. Autre approximation heuristique</b>	<b>60</b>

**CHAPITRE IV : SIMULATION ET VALIDATION DES APPROXIMATIONS.**

<b>Introduction</b>	<b>62</b>
<b>A. Simulation des systèmes de files d'attente</b>	<b>62</b>
<b>A.1. Simulation par événements discrets</b>	<b>62</b>
A.1.1. Génération de variables aléatoires	<b>63</b>
A.1.2. Méthodes de génération des nombres aléatoires	<b>63</b>
<b>A.2. Programme de simulation</b>	<b>64</b>
A.2.1. Description du modèle	<b>65</b>
A.2.2. Paramètres d'entrée	<b>67</b>
A.2.3. Initialisation du système	<b>68</b>

A.2.4. Evolution du système	68
A.2.5. Calcul des paramètres de performance	70
<b>B. Résultats des simulations</b>	<b>72</b>
<b>B.1. Comparaison numérique</b>	<b>72</b>
<b>B.2. Résultats et discussion</b>	<b>73</b>
B.2.1. Cas $\rho = 0.8$	73
B.2.2. Cas $\rho = 0.4$	78
B.2.3. Influence du taux de rappel	83
B.2.4. Cas $Ca^2 (Cs^2) > 1$	83
<b>B.3. Conclusion</b>	<b>87</b>
<b>Conclusion générale</b>	<b>88</b>
<b>Annexe A : Rappels mathématiques</b>	<b>90</b>
<b>Annexe B : Introduction aux méthodes par diffusion</b>	<b>97</b>
<b>Références</b>	<b>103</b>