

République Algérienne Démocratique et Populaire
Ministère de L'enseignement Supérieur
Et de la recherche Scientifique



Université des Sciences et de la Technologie
« Mohamed Boudief »
d'Oran

Faculté des Sciences
Département d'Informatique

MEMOIRE DE MAGISTERE
En Informatique

OPTION
Modélisation et Simulation

THEME

Etude Qualitative d'un Système
D'opérateurs Elliptiques

Présenté par
Mr BENAMARA DJILLALI

Devant le Jury

Président : Mr C.BOUZAR Maître de conférence à
l'université d'Oran

Examineur : Mr M.Mechab Maître de conférence à
l'université de S.B.A.

Examineur : Mr M.Ayachi Maître de conférence à l'USTO

Examineur : Mr A.Y.Madani Chargé de cours à l'USTO

Rapporteur : Mr B.Djebbar Chargé de cours à l'USTO

TABLES DE MATIÈRE

1. <i>introduction</i>	4
2. <i>Les fonctions harmoniques, sousharmoniques et plurisousharmoniques</i>	7
2.1 les fonctions harmoniques	7
2.2 Propriétés des fonctions harmoniques	8
2.2.1 La propriété de la valeur moyenne	8
2.2.2 Le principe du maximum	9
2.3 Le noyau de Poisson pour la boule	10
2.4 Les fonctions sousharmoniques	12
2.4.1 Définition et propriétés des fonctions sousharmoniques	12
2.4.2 La plus petite majorante harmonique	15
2.4.3 Propriétés des fonctions sousharmoniques.	15
2.4.4 Intégrabilité des fonctions sousharmoniques	16
2.4.5 Unicité des fonctions sousharmoniques	17
2.5 Les fonctions plurisousharmoniques	18
2.5.1 Définition et principales propriétés	18
2.5.2 La plus grande minorante plurisousharmonique	18
2.5.3 Inégalité de Jensen	19
2.5.4 Théorème de Hartogs	19
2.5.5 Propriétés des fonctions plurisousharmoniques positives.	21
2.6 Domaines Pseudo-Convexes	21
2.6.1 Propriétés élémentaires des domaines pseudo-convexe	21
2.6.2 Quelques conditions de pseudo-convexité.	22

3. <i>La théorie du potentiel sur \mathbb{C}</i>	24
3.1 Les potentiels	24
3.1.1 Les ensembles polaires	26
3.1.2 La mesure d'équilibre	27
3.2 Le Laplacien généralisé	30
4. <i>Les pluripotentiels</i>	33
4.1 Les fonctions plurisousharmoniques maximales	33
4.2 les courants	36
4.3 Opérateur de Monge-Ampère	37
4.4 Le problème de Dirichlet pour l'opérateur de Monge-Ampère.	38
4.4.1 Les fonctions extrémales relatives.	38
4.4.2 Les ensembles réguliers et les ensembles pluripolaires	40
4.5 Les ensembles négligible et les capacités relatives	42
4.5.1 Applications sur les ensembles pluripolaires	42
4.6 Les fonctions maximales à croissance logarithmique	43
4.7 Les fonctions de Green pluricomplexes avec un pôle à l'infini	44
5. <i>Les polynômes de Kergin</i>	46
5.1 Les polynômes d'interpolation de Kergin	46
5.2 Interpolation de Kergin	46
5.3 les polynômes de Kergin dans \mathbb{C}^N	52
5.3.1 position de problème	53
5.3.2 Les formules de Cauchy-Fantappiè-Leray	54
5.3.3 La transformation de Fantappiè	54
5.3.4 L'interpolation complexe de Kergin	55
6. <i>Applications</i>	57
6.1 l'approximation des fonctions holomorphes	57
6.1.1 position du problème	57
6.2 L'origine du Théorème de Bernstein-Walsh	59
6.2.1 La formule du reste d'Hermite	61
6.3 Notations et résultats préliminaires	64
6.4 Preuve du théorème 6.2.4 par la Dualité	66
6.5 Le Théorème de Bernstein-Walsh pour un système d'opérateurs homogènes	68
6.5.1 Le Théorème de T.Bloom & J.P. Calvi	71
7. <i>CONCLUSION</i>	76