

République Algérienne Démocratique & Populaire
Ministère de L'Enseignement Supérieur et de la Recherche Scientifique
Centre Universitaire Cheikh Laarbi Tebessi – TEBESSA-
Institut des Sciences Exactes de la Technologie
Département de Mathématique et d'Informatique

MEMOIRE

Présenté par l'étudiant

Sahli Farid

En vue de L'obtention du diplôme du Magistère en Informatique

Option : Systèmes d'Informations Avancés

L'Informatique Quantique et L'Optimisation Combinatoire:

Etude de cas (Le Problème du Voyageur de Commerce)

Soutenu le : 22/11/2004

Devant le jury:

Dr M. Ben Mohamed	M.C	Université de Constantine	Président
Pr M.C Batouche	Professeur	Université de Constantine	Rapporteur
Dr M-K. Kholladi	M.C	Université de Constantine	Examineur
Dr A. Zidani	M.C	Université de Batna	Examineur

Résumé

Les ordinateurs quantiques sont des machines qui accélèrent les calculs en utilisant les principes de la mécanique quantique. Pour des problèmes de calcul difficiles, comme le problème du voyageur de commerce, les algorithmes et les techniques connus aujourd'hui pour résoudre ces problèmes sur des ordinateurs classiques souffrent des problèmes d'explosion combinatoire surtout lorsque la taille du problème sera très grande. La majorité de ces algorithmes donnent des solutions approximatives avec une certaine qualité qui sera faible lorsque la taille augmente. On présente un algorithme quantique; qui est basé sur les principes de l'informatique quantique; pour résoudre le problème de voyageur de commerce afin de réduire le coût du calcul.

Mots-clefs : Algorithmes Quantique, Parallélisme, Optimisation Combinatoire, Voyageur de Commerce, Portes Quantiques.

Abstract

The quantum computers are calculators that speed-up computations while using the principles of the quantum mechanics. For difficult problems, as the Traveling Salesman Problem, the algorithms and the techniques knew today to solve them on classic computers suffer from problems of combinative explosion especially when the size of the problem increases. The majority of these algorithms give approximate solutions with a certain quality that will be weak when the size increases. We present a quantum algorithm; that is based on the principles of the quantum computing; to solve the Traveling Salesman Problem in order to reduce the cost of the computation.

Keywords: Quantum Algorithms, Parallelism, Combinatorial Optimization, Traveling Salesman Problem, Quantum Gates.

Table des matières

Introduction	1
Chapitre 1 : Les principes de l'informatique quantique	3
1. Introduction	3
2. La mécanique quantique	4
2.1. Exemple introductif : La polarisation des photons	4
2.1.1. L'expérience	4
2.1.2. L'explication de l'expérience	5
2.2. Les espaces d'états quantiques et la notation Bra/Ket	7
3. L'information quantique	8
3.1. Les bits quantiques	8
3.2. Les registres quantiques	9
3.3. La mesure	10
4. Le calcul quantique	13
4.1. Les portes quantiques simples	13
4.2. Les circuits de portes quantiques	16
4.3. Le parallélisme quantique	18
5. Les algorithmes quantiques	19
5.1. Le schéma général d'un algorithme quantique	19
5.2. L'algorithme de Shor	21
5.2.1. La transformée de Fourier quantique	21
5.2.2. La description détaillée de l'algorithme	23
5.3. L'algorithme de Grover	27
5.3.1. Le Changement de signe	29
5.3.2. L'inversion par rapport à la moyenne	30

6. Conclusion	31
Chapitre 2 : Le problème du voyageur de commerce	33
1. Introduction	33
2. Définitions	34
2.1. Les problèmes d'optimisation combinatoire	34
2.2. Les problèmes NP-difficile et les problèmes NP-complet	34
2.3. Le problème du voyageur de commerce (TSP)	38
2.3.1. La définition du problème	38
2.3.2. Les problèmes réels qui se modélisent sous forme du TSP	39
3. Des algorithmes pour résoudre le TSP	40
3.1. L'approximation	40
3.2. La construction de tours	41
3.2.1. L'algorithme du plus proche voisin	41
3.2.2. L'algorithme de Greedy	41
3.2.3. Les heuristiques d'insertion	42
3.2.4. L'heuristique de Christofides	43
3.3. L'amélioration de tours	43
3.3.1. Les méthodes 2-opt et 3-opt	44
3.3.2. L'accélération des méthodes 2-opt et 3-opt	45
3.3.3. La méthode k-opt	46
3.3.4. L'algorithme de Lin et Kernighan	46
3.3.5. La recherche de Tabou	47
3.3.6. Le recuit simulé	47
3.3.7. Les algorithmes génétiques	48
3.3.8. Les structures de données	49
3.4. La méthode de Branch et Bound	49

3.5. L'optimisation par la colonie de fourmis	50
3.6. L'optimisation par les réseaux de neurones	51
3.7. La limite inférieure de Held-Karp	52
4. Conclusion	52

Chapitre 3 : Mise en œuvre d'un algorithme

quantique pour résoudre le TSP	54
1. Introduction	54
2. Le principe de l'algorithme	55
3. La description détaillée de l'algorithme	56
3.1. La construction des tours	57
3.2. Le changement des amplitudes des états qui encodent les tours	61
3.3. L'extraction d'un résultat	64
4. Les résultats expérimentaux	65
4.1. Exemple	65
4.2. Le nombre de répétitions de l'algorithme	70
5. Analyse	72
5.1. Etude de la complexité	73
5.2. Etude comparative	74
6. Conclusion	75
Conclusion	77

Bibliographie

Appendices